σ Journal of Engineering and Natural Sciences
Mühendislik ve Fen Bilimleri Dergisi

Sigma 31, 128-140, 2013

Research Article / Araştırma Makalesi

FUZZY CRITICAL PATH ANALYSIS

Ömer ATLI[1*], Cengiz KAHRAMAN[2]

[1]Hava Kuvvetleri Komutanlığı, Lojistik Başkanlığı, Bakanlıklar, Çankaya-ANKARA
[2]İstanbul Teknik Üniversitesi, İşletme Fakültesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, Maçka-İSTANBUL

Received/Geliş: 16.09.2011 Revised/Düzeltme: 25.11.2011 Accepted/Kabul: 28.11.2011

ABSTRACT

In this study, a fuzzy algebra and linear programming approach is developed for critical path analysis in a project network with activity times being trapezoidal fuzzy numbers. The idea is based on the linear programming (LP) formulation and fuzzy number ranking method. An example discussed in some previous studies illustrates that the proposed approach is able to find the most critical path, which is proved to be the same as that derived from an exhausted comparison of all possible paths. The proposed approach does not require knowing the explicit form of the membership functions of the fuzzy activity times. For the considered problems, a good agreement has been obtained between theoretical and experimental results.
Keywords: CPM, PERT, Fuzzy Project Scheduling, Fuzzy Set Theory, Ranking Methods.
MSC numbers/numaraları: 03E72.

BULANIK KRİTİK YOL ANALİZİ

ÖZET

Bu çalışmada, bulanık proje çizelgeleme problemlerinin faaliyet sürelerinin bulanık sayılardan oluştuğu bir proje şebekesinde kritik yol analizine yönelik olarak bulanık aritmetik yaklaşım ile doğrusal programlama yöntemi kıyaslanacaktır. Bu fikir bulanık sayıları sıralama (ranking method) ve doğrusal programlama formülasyonunu temel almaktadır. Sunulan yaklaşımlar bir örnek üzerinde tartışılmış problemin olası tüm yollarının kıyaslanarak aynı sonuçlar verdiği ve en kritik yol bulunmuştur. Önerilen yaklaşımın bulanık faaliyet sürelerinin üyelik fonksiyonlarının kesin (açık olarak) bir biçimde bilinmesine ihtiyaç duyulmamaktadır. Önerilen yöntemle, mevcut problem daha etkin ve hızlı sonuçlar üretilebilmektedir.
Anahtar Sözcükler: CPM, PERT, Bulanık CPM Bulanık Proje Çizelgeleme, Ranking Yöntemler.

---

1. GİRİŞ

Zamanın ve paranın en optimum şekilde değerlendirilmesi ve kısıtlı olan malzeme, işgücü, makine-ekipman, vb. kaynakların en uygun biçimde kullanılmasını sağlamak için, bir projenin başlangıcından bitimine kadar sürecin planlanması gerekmektedir. Bu gereklilik, proje yönetimi kavramını ortaya koymuştur. Proje çizelgeleme, proje yönetiminin en önemli parçalarından biridir. Ancak günümüzde sürekli olarak ürün çeşitliliğinin artması ve ömürlerinin kısalmasıyla her seferinde farklı faaliyetler ve süreçlerle uğraşılmasını ve bu da belirsizliklerle dolu bir sürecin planlanmasını ve dolayısıyla da çizelgelenmesini gerektirmektedir.

Proje çizelgeleme konusunda yapılan çalışmaların büyük çoğunluğunda, problemle ilgili tüm bilgilere sahip olunduğu ve problemin statik, deterministik ortamda çalıştığı

[*] Corresponding Author/Sorumlu Yazar: e-mail/e-ileti: atliomer@gmail.com, tel: (212) 663 24 90

varsayılmaktadır. Ancak gerçek hayatta proje faaliyetleri büyük ölçüde belirsizdir ve proje uygulanırken aşama aşama çözülmektedir. Dolayısıyla belirsizlikle dolu bu problemin en uygun çözümünü bulmak için belirsizlikle uğraşabilecek çözüm tekniklerine ihtiyaç vardır. Böyle bir problemin çözümünde günümüzde kullanılabilecek en iyi yöntemlerden biri bulanık küme teorisi yöntemidir. Bulanık küme kavramı, tam ve doğru olmama durumunu içeren bir model sağlamak için 1965 yılında Zadeh tarafından önerilmiştir. Bulanık küme teorisi kesin bilginin olmadığı ve öznelliğin bulunduğu bir modeli formüle ederek çözüm sürecine alan bir yöntemdir. İlk kez yapılacak bir projenin faaliyetlerinin tam ve doğru bir şekilde icra edilebilmesini zorlaştırır. Bu durumda faaliyet sürelerinin özel olarak tahmin edilebilmesinde belirsizlik fikri vardır.

CPM (Critical Path Method), proje için zaman çizelgesi oluşturmaya ve tasarlamaya yarayan şebeke temelli bir yöntemdir. İki basit sonucu vardır; projenin tamamlanması için gereken toplam proje süresini ve kritik yolun elde edilmesini sağlar. Kritik yol, başlangıç olaydan son olaya kadar tüm olayların bolluklarının tümünün sıfır olduğu en uzun yoldur. Kritik yol boyunca bir faaliyetin süresindeki bir artış toplam proje süresini de kesinlikle arttırır.

Biz, proje çizelgeleme yapısının günümüzde üç şekilde sınıflandırılması gerektiğine inanmaktayız. CPM yöntemi deteministik yapıyı, belirsizlik ortamında olasılık teorisini temel alan PERT yöntemi ile temsil edilirken, proje çizelgelemenin belirsizlik yapısına bulanıklık yapı ifadesi ile bulanık FCPM ve FPERT yöntemleri ile belirsizlikler ifade edilmiştir. Her üç teknik ile bir projenin başlama ve bitişi ile ilgili bilgiler hesaplanabilir.

Doğrusal programlama formülasyonu ve bulanık sayı sıralama yöntemlerini temel alan makalelerde, bulanık sayılardan oluşan faaliyet süreli kritik yol problemine basit bir yaklaşım geliştirilmiştir. Klasik CPM probleminin en kısa yol probleminin zıttı olarak düşünüldüğünden, amaç fonksiyonun faaliyet sürelerinin doğrusal kombinasyonu ve bazı klasik kısıtları olan doğrusal programlama olarak formülize edilebilir.

Chanas ve Zelinski [1], Chanas vd. [2,3], Wang ve Huang [4], Dubois vd. [5], Slyeptsov ve Tyshchuk [6], ve diğerleri [7-18] gibi çeşitli araştırmacılar bulanıklık kavramıyla ilgilenmişler ve çeşitli analiz yaklaşımları geliştirmişlerdir. Bu yaklaşımlardan çoğu ileri ve geriye doğru hesaplama için CPM formülasyonunu temel alan yaklaşımlardır. Ancak Chanas ve Zeilinski [1], faaliyetlerin bolluklarının ve en geç başlangıç zamanın olası değerleri kümesinin hesaplanmasında geriye doğru hesaplama yaklaşımının hatalı olduğunu fark etmiştir. Bundan başka, ayni yollar için bile, bulanık kritik yolların farklı tanımlamalarının, kritiklik derecesinin tahminini farklı vermektedir. Dubois vd. [5] faaliyetlerin bolluğu ve en geç başlangıç zamanının olası değerlerinin kümelerini hesaplamak için sezgisel bir yöntem geliştirmişlerdir. Chanas ve Zelinski [1] genel bir şebekede en geç başlangıç zamanının belirlenen aralıklar için polinom algoritmalar geliştirmişlerdir.

Bu çalışmada, bulanık proje çizelgeleme problemlerinin çözümlerinde kullanılan, kritik yol analizi incelenmiştir. Ayrıca son yıllarda kullanılan ve başarılı sonuçlar veren doğrusal programlama ve bulanık aritmetik çözümler öneren örnek bir bulanık proje çizelgeleme problemi çözülmüştür. Bu makale şu şekilde organize edilmiştir. Araştırmanın ikinci bölümünde; bulanık kritik yol probleminin doğrusal programlama formülasyonu fikri tanımlanmıştır. Üçüncü bölümde; önerilen bulanık aritmetik yöntem açıklanmıştır. Dördüncü bölümde, yamuk bulanık faaliyet süreli örnek bir proje üzerinde uyarlanmış ve önerilen modelin geçerliliği gösterilerek başarılı bir biçimde çözülmüştür. Son bölümde ise makaleden elde edilen bulgular tartışılmıştır.

2. BULANIK CPM DOĞRUSAL PROGRAMLAMA FORMÜLASYONU

Bir şebeke yönlendirilmiş ve birbiriyle bağlantılı düğümlerden oluşan bir proje modeli G=(N,A) notasyonuyla gösterilir. Burada N, n düğümlerin kümesidir ve $(i,j) \in A$ serim kümesidir. T_{ij}, $(i,j) \in A$ faaliyet süresini gösterir. Proje şebekelerinin toplam faaliyet süresini ve kritik yollarını doğrusal programlama ile bulmak etkin yöntemlerden birisidir. CPM problemi en kısa yol probleminin zıttı olarak düşünüldüğü için proje şebekesinde kritik yolu belirlemek başlangıçtan sona kadar en uzun yolun bulunmasıyla sağlanır. N düğümlü bir CPM problemi Model (1)'deki gibi formüle edilir.

$$\begin{aligned}
\max \quad & D=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} T_{ij}x_{ij} \\
s.t. \quad & \sum_{j=1}^{n} x_{1j}=1, \\
& \sum_{j=1}^{n} x_{ij}=\sum_{k=1}^{n} x_{ki}, \quad i=2,\dots,n-1, \\
& \sum_{k=1}^{n} x_{kn}=1, \\
& x_{ij}\geq 0, \quad (i,j)\in A,
\end{aligned}$$

Model (1)

$$\begin{aligned}
\max \quad & \tilde{D}=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} \tilde{T}_{ij}x_{ij} \\
s.t. \quad & \sum_{j=1}^{n} x_{1j}=1, \\
& \sum_{j=1}^{n} x_{ij}=\sum_{k=1}^{n} x_{ki}, \quad i=2,\dots,n-1, \\
& \sum_{k=1}^{n} x_{kn}=1, \\
& x_{ij}\geq 0, \quad (i,j)\in A,
\end{aligned}$$

Model (2)

$$\begin{aligned}
& \mathrm{I}\left(\tilde{D}^{*}\right)=\max\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} I\left(\tilde{T}_{ij}\right)x_{ij} \\
s.t. \quad & \sum_{j=1}^{n} x_{1j}=1, \\
& \sum_{j=1}^{n} x_{ij}=\sum_{k=1}^{n} x_{ki}, \quad i=2,\dots,n-1, \\
& \sum_{k=1}^{n} x_{kn}=1, \\
& x_{ij}\geq 0, \quad (i,j)\in A,
\end{aligned}$$

Model (3)

Burada x_{ij} , $(i,j)\in A$ faaliyetinde akış miktarını gösteren karar değişkenidir ve kısıtlar her bir düğümde akışın korunduğunu gösterir. Belirtilen bu akış proje şebekesinde ya yaratılır yada yok edilir. En kısa yol problemi olarak Model (1) için her bir uygun çözümünde tüm temel uygun değişkenler tamsayılıdır. Proje şebekesi için kritik yol Model (1) için optimal çözümde $x^{*}_{ij}=1$ optimal karar değişkenlerini kapsayan yollardaki her bir faaliyetin başlangıçtan sona kadar $(i,j)\in A$ faaliyetini kapsar. Projenin tamamlanması için gereken toplam faaliyet süresi Model (1)'in maksimum amaç değeri olan *D* olarak verilir. T_{ij} faaliyet süreleri olduğu varsayıldığında $(i,j)\in A$ tam ve doğru değildir ve $\tilde{T}_{ij}$, $(i,j)\in A$ bulanık sayılar olarak düşünülebilir. Bulanık CPM probleminin doğrusal programlama formulasyonu Model (2)'deki gibidir. Dikkat edilirse toplam faaliyet süresi olan $\tilde{D}$, klasik bir sayı yerine bulanık bir sayı haline gelir. Sonuç olarak Model (2) direkt olarak çözülemez.

Bu problemle ilgili olan yaklaşımlardan biride, bulanık sayıların klasik sayıya dönüştürülerek doğruluğunun kanıtlanmasıdır. Burada bulanık doğrusal programlama probleminin amaç fonksiyonunu, klasik çok amaçlı programlama problemine dönüştürmeyi temel alan doğrusal programlama problemini, tamamen bulanıklaştırmak için bir yaklaşım önerilmiştir. Önerilen bulanık aritmetik yaklaşım ile bu tür bir klasik dönüşümün geçerliliği, örnek bir problem üzerinde uygulamayla geçerli bir yol olduğu açıklanacaktır. Bulanık sıralama yönteminin kullanımı basittir. Durulaştırma konsepti temel alan bu yaklaşım, Model (2)'nin amaç fonksiyonundaki bulanık sayıları durulaştırarak, geleneksel klasik doğrusal programlamı Lindo-Lingo gibi çözücü programlar yardımıyla klasik modele dönüştürür. Bu fikir tüm olası uygun çözümlerin ve olası yolların hesaplanarak bulmamıza yardım eder. Model (2)'de kısıtları tanımlar ve tüm bulanık amaç fonksiyonu değerlerinin hesaplanarak kritik yollar basitçe bulabiliriz. En büyük amaç fonksiyonu değerli yol, kritik yol olarak belirlenir. Maalesef ki klasik birçevrede CPM problemi gibi, bulanık bir çevrede kritik yol yerine tüm yolları bulmak istense de, tüm bulanık yolları bulmak gereksizdir ve hantal (kullanışsız ağır) bir görevdir. Bu nedenle bulanık bir ortamda kritik yolu bulmak için model (2)'den klasik doğrusal programlamaya dönüştürerek çözmek etkili bir yol olacaktır, burada model (2)'nin bulanık amaç fonksiyonu değeri bulanık sayı sıralama yöntemini temel alarak klasik bir modele durulaştırılır.

Literatürde birçok bulanık sayı sıralama yöntemleri önerilmiş ve tartışılmıştır. Model (2) ile ilgili (uyumlu) olarak, basit bir yaklaşım seçmek gerekir. Popüler yaklaşımlardan biriside Yager's sıralama yöntemidir ve bu gereksinimi iyi bir şekilde karşılar. Bu makalede proje şebekesinin yol uzunlukları gösteren sıralanmış amaç fonksiyonu değerleri için bu yöntem uyarlanmıştır.

2.1. Yager Sıralama İndeksi

Alan takası yönteminin (area compensation) gürbüz olması nedeniyle doğrusallık ve toplanabilirlik özelliklerine sahiptir. Alan takası tanımını temel alan Yager, bulanık sayıların sıralaması için bir prosedür önermiştir. Sıralama indeksi $I(\tilde{t})$ aşağıdaki formüle göre $\alpha - kesim, \alpha_t = \left[t_\alpha^L, t_\alpha^U\right]$dan konveks bulanık sayı $\tilde{t}$ hesaplanır.

$I(\tilde{t}) = \int_0^1 \frac{1}{2}\left(t_\alpha^L + t_\alpha^U\right)d\alpha,$ $\tilde{t}$ nün ortalama değerinin merkezidir. $\tilde{D}_1$ ve $\tilde{D}_2$ iki bulanık sayı olsun $I\left(\tilde{D}_1\right) \geq I\left(\tilde{D}_2\right)$örneği $\tilde{D}_1 \geq \tilde{D}_2$ 'yi ifade eder ve $\max\left\{\tilde{D}_1, \tilde{D}_2\right\} = \tilde{D}_1$. Bu indeks uygulama için çok basittir ve üyelik fonksiyonun yerine $\alpha - kesim$ t_α^L ve t_α^U 'ın uç değerlerinden $\tilde{t}$ konveks bulanık sayısı hesaplanır. Sıralama için bulanık sayıların üyelik fonksiyonlarının belirtilmiş biçimlerinin bilinmesi gerekmez. Bu yöntemin, sıralama yöntemlerinin çoğundan farkı sıralama yapmak için tüm bulanık sayıların üyelik fonksiyonlarının bilinmesi gerektiğidir. Bulanık faaliyet sürelerinin üyelik fonksiyonlarının şekli kesin olarak bilinmese bile, Yager'ın sıralama indeksinin kullanılması daha uygundur [5].

Bundan başka yager'ın sıralama yöntemi doğrusallık ve toplanabilirlik özelliklerine sahiptir ve alan takasını temel alan sırama tekniklerinden biridir. $\tilde{B}$ ve $\tilde{C}$ konveks bulanık sayılarının doğrusal kombinasyonun $\tilde{A}$ konveks bulanık sayı olduğu düşünüldüğünde, $\tilde{A} = u\tilde{B} + v\tilde{C}$ burada *u* ve *v* sabitlerdir. Daha sonra $I\left(\tilde{A}\right) = uI\left(\tilde{B}\right) + vI\left(\tilde{C}\right)$ elde ederiz. Sonuç olarak, Yager'in sıralama yönteminin temeli bulanık CPM problemini, klasik faaliyet süreli geleneksel CPM problemine dönüştürür.

2.2. Klasik Dönüşüm

M adet yolu model (2) olarak formüle edilen kritik yol problemini düşünelim. $x_{ij}^{(k)}, (i,j) \in A$, $p_k, k = 1,2,....,m_k$ k'ıncı yoluna karşılık gelen k'nıncı temel uygun çözüm olsun. $\tilde{D}^{(k)} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\tilde{T}_{ij}x_{ij}^{(k)}$ k'nıncı yolun bulanık toplam faaliyet süresidir. *m* adet yoldan en büyük toplam faaliyet süreli $\tilde{D}^* = \max\left\{\tilde{D}^{(k)}, k = 1,2,...,m\right\}$ olanlarından biriside en büyük toplam faaliyet süresine sahip en kritik yol olarak belirlenir. Yager in sıralama yönteminin özelliklerine göre $\tilde{D}^*$ bulmak için bu yöntem uygulanırsa en büyük (geniş) Yager sıralama indeksi $I\left(\tilde{D}^*\right) = \max\left\{I\left(\tilde{D}^{(k)}, k = 1,2,...,m\right)\right\}$ bulmakta etkindir. Bundan başka yager'in yöntemi doğrusallık ve toplanabilirlik özelliklerine sahip olmasının sonucu olarak aşağıdaki şu ifadeleri elde ederiz;

$$I\left(\tilde{D}^{(k)}\right) = I\left(\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\tilde{T}_{ij}x_{ij}^{(k)}\right) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}I\left(\tilde{T}_{ij}\right)x_{ij}^{(k)} \tag{1}$$

İşte bu $\tilde{D}^*$ maksimum bulanık amaç fonksiyonu değeri maksimum sıralama indeksi $I\left(\tilde{D}^*\right) = \max_k\left\{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}I\left(\tilde{T}_{ij}\right)x_{ij}^{(k)}\right\}$ 'e karşılık gelir. Sonuç olarak bulanık faaliyet süreli kritik yol problemi aşağıdaki gibi formülize edilir;

Bu problem geleneksel doğrusal programlamanın temelidir $I\left(\tilde{T}_{ij}\right),(i,j)\in A$ amaç fonksiyonundaki katsayılar klasik gerçel sayılar yerine bulanık sayılardır. Optimal temel uygun çözümün x_{ij}^* belirlenmesinden, Model (3)'ün $(i,j)\in A$ en kritik yol p^* belirlenebilir ve bulanık toplam faaliyet süresi $\tilde{D}^* = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\tilde{T}_{ij}x_{ij}^*$ olarak hesaplanabilir.

Önerilen klasik dönüşüm; birleştirme, doğrusallık ve toplanabilirlik özeliklerini işleten Yager yönteminin kullanımıyla, bulanık faaliyet zamanlarının klasik zaman dönüşümünü temel alan bu klasik dönüşüm, Model (3)'ün geçerliliği kanıtlanabilir. Bir sonraki bölümde bulanık CPM probleminin dual formülasyonu için bu klasik dönüşümün geçerliliği kanıtlanacaktır [12].

2.3. Dual Sağlama

İyi bilinen doğrusal programlama modelinin dualite teoremine göre; primal ve dual modelleri aynı amaç fonksiyonu değerine sahiptir. Böylece yukarıdaki klasik dönüşümün geçerliliğini göstermenin bir yolu da Model (1)'in dualinin formülize edilmesidir. Burada $y_i \; ve \; y_j$ karar değişkenleri sırasıyla, i ve j düğümlerinin oluş zamanını gösterir. Her bir kısıt, bir faaliyetin karakteristikleri farklı faaliyetler arasındaki öncelik ilişkileriyle birleştirildiğinde $y_j - y_i \geq T_{ij}$ 'nin kısıtı $y_i + T_{ij}$ zamanından önceki olamayan j düğümü için en erken oluş zamanını gösterir. Amaç tüm öncelik ilişkilerini karşılayacak (sağlayacak) en kısa zaman çevrimini bulmaktır. Faaliyet süreleri bulanık sayılardan oluşuyorsa Model (4) şu hale gelir;

$$\begin{aligned}&\min y_n - y_1\\ &s.t.\; y_j - y_i \geq T_{ij},\\ &(i,j)\in A,\\ &y_i, y_j \text{ isaretce belirlenmemis},\\ &\forall(i,j)\in A,\end{aligned}$$

Model (4)

$$\begin{aligned}&\min y_n - y_1\\ &s.t.\; y_j - y_i \geq \tilde{T}_{ij},\\ &(i,j)\in A,\\ &y_i, y_j \text{ isaretce belirlenmemis},\\ &\forall(i,j)\in A,\end{aligned}$$

Model (5)

$$\begin{aligned}&\min\; y_n - y_1\\ &s.t.\; y_j - y_i \geq I\left(\tilde{T}_{ij}\right),\\ &(i,j)\in A,\\ &y_i, y_j \text{ isaretce belirlenmemis},\\ &\forall(i,j)\in A,\end{aligned}$$

Model (6)

Kısıtların sağ yan değerleri bulanık sayılardan oluşan bir doğrusal programlama modelidir. Model (5)'i ele almanın bir yoluda yukarıdaki ifadeyi klasik dönüşüm uygulamaktır ve uygulama sonucu şunu elde ederiz. Model (6)'nin duali model (3)'ün kiyle kesinlikle aynıdır, böylelikle önceki bölümde ki klasik dönüşüm durumunun doğruluğu kanıtlanmış olur. Model (3) için temel uygun çözüm düşünüldüğünde, temel uygun çözüm, proje şebekesinde bir yolda yerine konulur. En kritik yolun kritikliğinin derecesi 1.0 olarak ayarlandığında $\deg_{Cr}^{R}\left(p^*\right)=1$ ile gösterilir. $p_k, k=1,2,...,m$ k'nıncı yolun kritikliğinin izafi derecesi aşağıdaki gibi tanımlanabilir;

$$\deg_{Cr(p_k)}^{R} = \frac{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} I\left(\tilde{T}_{ij}\right)x_{ij}^{(k)}}{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} I\left(\tilde{T}_{ij}\right)x_{ij}^{*}}, \quad k=1,2,...,m. \tag{2}$$

3. BULANIK ARİTMETİK

Bu bölümde bir proje şebekesinde A_{ij} faaliyetinin bulanık faaliyet süresi FAT_{ij} olarak gösterilmiştir. $FAT_{ij} = \left(a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}, d_{ij}\right)$ ile temsil edilen yamuk bulanık sayılar A_{ij} faaliyeti için sırasıyla minimum ve maksimum değerleri a_{ij}, d_{ij} ve birinci çeyrek değeri ile ikinci çeyrek değeri b_{ij} ve c_{ij} 'dir. Eğer bunlar istatistiki verilere dayalı ise $a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}, d_{ij}$ minimumdan maksimuma doğru sıralanır. Örneğin faaliyetin 4 istatistiki verisi 6,9,3 ve 8 ise yamuk bulanık sayısı (3, 6, 8, ve 9) olarak oluşturulur. Bunun tersine A_{ij} faaliyeti hakkında hiç bir bilgi bulunmuyor ise $FAT_{ij} = \left(a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}, d_{ij}\right)$ bulanık faaliyet zamanı bir uzmanın bilgi, deneyimi ve subjektif yargılarıyla oluşturulabilir. Herhangi iki bulanık faaliyet süresinin genişletilmiş artimatik işlemleri, sırasıyla toplama $\oplus$ ve çıkarma Θ işlemleri şu şekilde ifade edilebilir;

$$FAT_1 \oplus FAT_2 = \left(a_1, b_1, c_1, d_1\right) \oplus \left(a_2, b_2, c_2, d_2\right) = \left(a_1 + a_2, b_1 + b_2, c_1 + c_2, d_1 + d_2\right) \tag{3}$$

$$FAT_1 \; \Theta \; FAT_2 = \left(a_1, b_1, c_1, d_1\right) \Theta \left(a_2, b_2, c_2, d_2\right) = \left(a_1 - d_2, b_1 - c_2, c_1 - b_2, d_1 - a_2\right) \tag{4}$$

3.1. Yamuk Bulanık Sayıların Sıralanması

Sıralama yöntemleri bulanık CPM'de temel zorluktur. Bulanık sayıların sıralanması için bir çok yöntem önerilmiştir. Ancak Chen [13] ve Kim vd. [14] tarafından bu yöntemlerde kesin olarak bir kusur olduğu rapor edilmiştir. Önerilen yaklaşımın bulanık faaliyet sürelerinin üyelik fonksiyonlarının kesin (açık olarak) bir biçimde bilinmesine ihtiyaç duyulmaması nedeniyle biz Yager's sıralama indeksini kullanmayı öneriyoruz. Uygulama kolaylığı için kullanışlı bir sıralama yöntemi bulanık yol analizinde mevcut sıralama sorunlarını çözmek için kullanılmaktadır. A_{ij} faaliyeti $FAT_{ij} = \left(a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}, d_{ij}\right)$ bulanık faaliyet süresi olsun. Karar vericinin risk tutum indeksi β şu şekilde edilebilir;

$$\beta = \left[\sum_i \sum_{\substack{j \\ A_{ij} \in ACT}} \frac{\left(b_{ij} - a_{ij}\right)}{\left(b_{ij} - a_{ij}\right) + \left(d_{ij} - c_{ij}\right)} \right] / \, t \tag{5}$$

$f_{A_i}(x)$ üyelik fonksiyonlu A_{ij} bulanık sayısını $m_i = \min\left\{x \,|\, f_{A_i}(x) = 1\right\} + \max\left\{x \,|\, f_{A_i}(x) = 1\right\}$. olarak tanımladığımızda, aşağıdaki kurallara göre A_i ve A_j bulanık sayıları sıralayabiliriz.

$$A_i > A_j \Leftrightarrow R\left(A_i\right) > R\left(A_j\right), veya, \tag{6}$$

$$R\left(A_i\right) = R\left(A_j\right) \text{ ve } m_i > m_j, \tag{7}$$

$$A_i = A_j \Leftrightarrow R\left(A_i\right) = R\left(A_j\right) \text{ ve } m_i = m_j \tag{8}$$

Sonra, A_i yamuk bulanık sayısının $R(A_i)$ sıralama değeri aşağıdaki gibi elde edilebilir:

$$R(A_i) = \beta\left[\frac{(d_i - x_1)}{(x_2 - x_1 - c_i + d_i)}\right] + (1-\beta)\left[1 - \frac{(x_2 - a_i)}{(x_2 - x_1 + b_i - a_i)}\right] \tag{9}$$

Burada β karar verici risk tutum indeksi $x_1 = \min\{a_1, a_2, .., a_n\}$ ve $x_2 = \max\{d_1, d_2, ..., d_n\}$ olmak üzere Denk. (5), Denk. (9) ve β değeri kullanarak, *n* adet yamuk bulanık sayının sıralama değerlerini kolayca hesaplayabiliriz. Yukarıda açıklanan sıralama kuralına dayalı olarak, *n* adet yamuk bulanık sayının sıralaması etkili bir şekilde tespit edilebilir.

3.2. Bulanık Kritik Yol Yöntemi

Kullanılan sembollerin tanımları asağıda verilmistir.

N	Bir proje şebekesindeki bütün serimlerin kümesi.
A_{ij}	*i* ve *j* faaliyetleri arasındaki faaliyet.
FAT_{ij}	A_{ij} 'nin bulanık faaliyet süresi.
$FEST_j$	j seriminin en erken başlangıç bulanık süresi.
$FECT_j$	j seriminin en erken tamamlanma bulanık süresi.
$FLST_j$	j seriminin en geç başlangıç bulanık süresi.
$FLCT_j$	j seriminin en geç tamamlanma bulanık süresi.
FTS_{ij}	A_{ij} 'nın toplam aylak bulanık süre.
$S(j)$	j seriminin tüm ardıl faaliyetlerinin kümesi.
$NS(j)$	j seriminin tüm ardıl faaliyetleriyle bağlantılı tüm düğümlerin kümesi. Örneğin, $NS(j) = \{k \mid A_{jk} \in S(j), k \in N\}$.
$P(j)$	j seriminin tüm öncellerinin kümesi.
$NP(j)$	j seriminin tüm öncül faaliyetleriyle bağlantılı tüm düğümlerin kümesi. Örneğin, $NP(j) = \{i \mid A_{ij} \in P(j), i \in N\}$.
PT_i	i'ninci yol.
PT	Bir proje şebekesinin tüm yollarının kümesi.
$FCPM(P_k)$	Bir proje şebekesinde P_k yolunun toplam aylak bulanık süresi.

Burada, bulanık FCPM 'de kullanılan önemli özellikleri ve teorem kısaca tanıtılacaktır.

Başlangıç için başlangıç serimi sıfır olarak belirlenir. Örnek olarak; $FEST_1 = FECT_1 = (0,0,0,0)$. Önerilen bulanık aritmetik CPM için aşağıdaki özelikler doğru ve geçerlidir.

Özelik 1

1.a.) $FEST_j = \max\left\{FEST_i \oplus FAT_{ij} \,\middle|\, i \in NP(j), j \neq 1, j \in N\right\}$

1.b.) $FECT_j = FEST_i \oplus FAT_{ij}$

Özelik 2

2.a.) $FLCT_j = \min\left\{FLCT_k \;\Theta\; FAT_{jk} \,\middle|\, k \in NS(j), j \neq n, j \in N\right\}$

2.b.) $FLST_j = FLCT_k \;\Theta\; FAT_{jk}$

Özelik 3

$FTS_{ij} = FLCT_j \;\Theta\; \left(FEST_i \oplus FAT_{ij}\right),\ 1 \leq i < j \leq n;\ i, j \in N$

Özelik 4

$$FCPM\left(P_K\right) = \sum_{\substack{1 \leq i < j \leq n \\ i, j \in P_K}} FTS_{ij},\ \ P_K \in PT$$

Bir proje şebekesinde , P_C yolu; $FCPM\left(P_C\right) = \min\left\{FCPM\left(PT_i\right) \middle| PT_i \in PT\right\}$ Bulanık kritik yoldur. Bu, aşağıdaki teoremin geçerli bir yol olduğunu gösterir.

Teorem : Bir proje şebekesinde tüm faaliyetlerin yamuk bulanık sayılardan oluşan bulanık faaliyetlere sahip olduğu varsayarsak bu şebekede bir bulanık kritik yol olduğunu söyleyebiliriz.

Algoritma : Bu bölümde, bulanık kritik yol algoritması, bulanık bir ortamda bir proje şebekesinin kritik yolunu bulmak için kullanılır. Algoritma adımları aşağıda sunulmuştur.

1. Projenin faaliyetlerini tanımlayın.
2. Tüm faaliyetlerin öncelik ilişkilerini belirleyin.
3. Her bir faaliyetin bulanık faaliyet sürelerini belirleyin.
4. Proje şebekesini oluşturun.

5.a.) Başlangıç 1 seriminin en erken başlangıç bulanık süresi; $FEST_1 = (0, 0, 0, 0)$ olarak alındığında ve özelik 1.a kullanılarak $FEST_j$, j =2, 3, ..., n, hesaplayın.

5.b.) Başlangıç 1 seriminin en erken tamamlanma bulanık süresi $FECT_1 = (0, 0, 0, 0)$ olarak alındığında ve özelik 1.a kullanılarak $FECT_j$, j =2, 3, ..., n, hesaplayın.

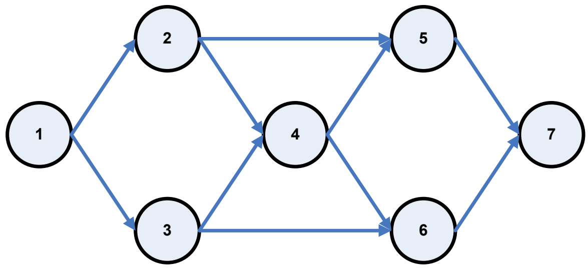
6.a.) n son faaliyet olmak üzere $FLCT_n = FEST_n$ olarak eşitlenir. Ve özelik 2.a kullanılarak $FLCT_j$, j = n − 1, n −2, ..., 2, 1 hesaplayın.

6.b.) n son faaliyet olmak üzere $FLST_n = FECT_n$ ve özelik 2.b kullanılarak $FLST_j$, j = n − 1, n −2, ..., 2, 1, hesaplayın.

7. Bir proje şebekesinde özelik 3 kullanılarak herbir faaliyetin sırasıyla toplam aylak bulanık süreleri FTS_{ij} hesaplayın.
8. Olası tüm yollar bulunur ve özelik 4 kullanılarak $FCPM\left(P_k\right)$ hesaplayın.
9. Teorem kullanılarak bulanık kritik yolu bulun.
10. Üyelik derecesini bulun.

4. UYGULAMALI ÖRNEK VE HESAPLAMA

Uygulamalı örnek için Chang ve Lee (1999)'nin yapmış oldukları çalışma referans olarak kullanılmıştır. Şekil 1'de düğüm 1'den düğüm 7'i arasında kritik yol bulunmaya çalışılacaktır. Orjinal problemde tüm faaliyetler üçgensel bulanık sayılardan oluşsada biz bu çalışmada Çizelge 1.'de verilen yamuk bulanık sayılar olarak çalışmayı uyarladık.



Şekil 1. Örnek Proje Şebekesi

Çizelge 1. Bulanık Faaliyet Süreleri

	Faaliyetler (A_{ij})	Bulanık Faaliyet Süresi $(\tilde{T}_{ij})$		Faaliyetler (A_{ij})	Bulanık Faaliyet Süresi $(\tilde{T}_{ij})$
B		(0,0,0,0)	6	a_{36}	(85,95,95,103)
1	a_{12}	(45,55,55,58)	7	a_{45}	(88,95,95,105)
2	a_{13}	(52,55,55,65)	8	a_{46}	(107,115,115,120)
3	a_{25}	(90,100,100,112)	9	a_{57}	(113,120,120,140)
4	a_{24}	(55,70,70,75)	10	a_{67}	(95,100,100,105)
5	a_{34}	(62,65,65,75)	S		(0,0,0,0)

Şekil 3'deki proje şebekesi üzerinde Çizelge 1'de verilen bulanık faaliyet süreli Düğüm 1'den düğüm 7'ye kadar en kritik yolun bulunması problemi ile bulanık aritmetik yöntemle çözümü gösterilmiştir.

Model (2)'ye göre bu problem formülize edilirse;

$$\max\ \tilde{T}_{12}x_{12}+\tilde{T}_{13}x_{13}+\tilde{T}_{24}x_{24}+\tilde{T}_{25}x_{25}+\tilde{T}_{34}x_{34}+\tilde{T}_{36}x_{36}+\tilde{T}_{45}x_{45}+\tilde{T}_{46}x_{46}+\tilde{T}_{57}x_{57}+\tilde{T}_{67}x_{67}$$

$$x_{12}+x_{13}=1, \qquad x_{12}=x_{24}+x_{25},$$

$$x_{13}=x_{34}+x_{36}, \qquad x_{24}+x_{34}=x_{45}+x_{46},$$

$$x_{25}+x_{45}=x_{57}, \qquad x_{36}+x_{46}=x_{67},$$

$$x_{57}+x_{67}=1, \qquad x_{12},x_{13},x_{24},x_{25},x_{34},x_{35},x_{45},x_{46},x_{57},x_{67}\geq 0,$$

Model (4)'ü temele alan birleştirilmiş matematik programlama modeli ise aşağıdaki gibidir;

$$\max\ I(\tilde{T}_{12})x_{12}+I(\tilde{T}_{13})x_{13}+I(\tilde{T}_{24})x_{24}+I(\tilde{T}_{25})x_{25}+I(\tilde{T}_{34})x_{34}+I(\tilde{T}_{36})x_{36}+I(\tilde{T}_{45})x_{45}$$

$+I(\tilde{T}_{46})x_{46}+I(\tilde{T}_{57})x_{57}+I(\tilde{T}_{67})x_{67}$ Kısıtlar ise aynıdır. Görüleceği gibi, belirlenmiş olan Yager yönteminin kullanımı için T_{ij} bulanık faaliyet süreleri için sıralama indekslerinin hesaplanması gerekir. Öncelike T_{ij} 'nin $\alpha - kesim$ 'ini bulmak zorundayız. Bu makalede önerilen yöntem uygulanarak bulanık faaliyet süreleri için sıralama indeksi hesaplandığında; T_{ij} için yagerin sıralama indeksleri şu şekilde hesaplanmıştır;

$$I\left(\tilde{T}_{12}\right)=53.25, I\left(\tilde{T}_{13}\right)=56.75, I\left(\tilde{T}_{24}\right)=67.5, I\left(\tilde{T}_{25}\right)=100.5, I\left(\tilde{T}_{34}\right)=66.75, I\left(\tilde{T}_{36}\right)=94.5,$$

$$I\left(\tilde{T}_{45}\right)=95.75, I\left(\tilde{T}_{46}\right)=114.25, I\left(\tilde{T}_{57}\right)=123.25, I\left(\tilde{T}_{67}\right)=100.$$

Model (3) sonuçları, geleneksel kritik yol probleminde bu değerler yerine konulduğunda, çözüme ulaşmak kolaydır. Matematiksel programlama çözücüsü olan Lindo bu tür doğrusal programlama problemlerini çözmekte kullanılmıştır. Optimal çözüm karar değişkenlerinin $x_{13} = x_{34} = x_{45} = x_{57} = 1$ ve $x_{12} = x_{24} = x_{25} = x_{36} = x_{46} = x_{67} = 0$ aldığı sonuçlara göre proje tamamlanma süresi $I\left(\tilde{D}^{*}\right) = (315, 335, 335, 385)$ olarak bulunur. DP ile kritik yolu bulmak için, diğer yollara ait Yager sıralama indeklerinin kıyaslanması gerekir. Düğüm 1'den başlayan ve düğüm 9'a kadar farklı altı yol vardır. Bu yollar Çizelge 2'de gösterilmiştir. Diğer yollara ait yager sıralama indeksleri için $I\left(\tilde{D}_{pi}\right), i = 1, 2, ..., 6.$ hesaplanır. Sırasıyla hesaplanan $I\left(\tilde{D}_{pi}\right)$ değerleri; 123.25, 219, 0, 56.75, 342.5 ve 123.5. Altı sıralama indeksinin maksimum değeri $I\left(\tilde{D}_{p1}\right) = 342.5$ ve $p_5 = \{1 \to 3 \to 4 \to 5 \to 7\}$ olarak gösterilen beşinci yol gerçek kritik yoldur. Bulunan sonuç, önerilen yaklaşımın çözümüyle Çizelge 2. ve Çizelge 3.'de karşılaştırmalı olarak verilmiş ve aynı sonuçlar elde edilmiştir. Denklem (2)'ye uygulandığında en kritik yolun kritikliğinin izafi yol derecesi $p_5 = \{1 \to 3 \to 4 \to 5 \to 7\}$ 1'e eşit olmalıdır. En kritik yol ise $p^{*} = \{1 \to 3 \to 4 \to 5 \to 7\}$ olarak bulunur. Bu çözüm Chanas ve Lee'nin bulduğu sonuçla aynıdır. Diğer yolların kritikliğinin izafi yol dereceleri yukarıdaki gibi hesaplanabilir. Buraya kadar bulanık faaliyet süreli kritik yol probleminin doğrusal programlama ile nasıl çözümlendiği gösterilmiştir, şimdi önerilen bulanık aritmetik yöntem ile çözümü gösterilecektir. Ancak makaledeki sınırlı alan nedeniyle tüm sayısal işlemleri burada göstermemiz mümkün değildir. Bu sebeple her bir adıma ait birer örnekle çözüm gösterilecek ve sonuçları sunulacaktır. Öncelikle Denk 6'ya göre toplam risk indeksinin hesaplanması gerekmektedir. Toplam risk indeksi β = 0.47773 olarak bulunur. Sonuçlar Çizelge 2.'de azalan sırada listelenmiştir.

Çizelge 2. Kritikliğinin İzafi Yol Derecesi		**Çizelge 3.** P_k Yolunun Toplam Aylak Bulanık Süresi	
Yollar	Değer	Yollar	$FCPM\left(P_k\right)$ Değeri
$p_5 = \{1 \to 3 \to 4 \to 5 \to 7\}$	1	$p_5 = \{1 \to 3 \to 4 \to 5 \to 7\}$	0,507667
$p_2 = \{1 \to 2 \to 4 \to 5 \to 7\}$	0.639	$p_2 = \{1 \to 2 \to 4 \to 5 \to 7\}$	0,515443
$p_6 = \{1 \to 3 \to 4 \to 6 \to 7\}$	0.361	$p_6 = \{1 \to 3 \to 4 \to 6 \to 7\}$	0,51848
$p_1 = \{1 \to 2 \to 5 \to 7\}$	0.359	$p_3 = \{1 \to 2 \to 4 \to 6 \to 7\}$	0,526554
$p_4 = \{1 \to 3 \to 6 \to 7\}$	0.1657	$p_1 = \{1 \to 2 \to 5 \to 7\}$	0,539986
$p_3 = \{1 \to 2 \to 4 \to 6 \to 7\}$	0	$p_4 = \{1 \to 3 \to 6 \to 7\}$	0,595301

Adım 1.a. Özelik 1.a kullanılarak ve $FEST_1 = (0,0,0,0)$

$FEST_1 = FEST_B = FEST_2 = (0,0,0,0)$

$FEST_3 = FEST_1 \oplus FAT_{12} = (0,0,0,0) \oplus (45,55,55,58) = (45,55,55,58)$

$FEST_7 = \max\{[FEST_4 \oplus FAT_{24}],[FEST_3 \oplus FAT_{34}]\}$

$= \max\{[(45,55,55,58) \oplus (55,70,70,75)],[(52,55,55,65) \oplus (62,65,65,75)]\}$

$FEST_7 = \max\{(100,125,125,133),(114,120,120,140)\} = (114,120,120,140)$

$\max\{(100,125,125,133),(114,120,120,140)\}$ $\quad x_1 = 100, x_2 = 140$

$R((100,125,125,133)) = 0.529$ $\quad R((114,120,120,140)) = 0.546$

Adım 1.b. Özelik 1.b kullanılarak

$FECT_B = FEST_B \oplus FAT_S = (0,0,0,0) \oplus (0,0,0,0) = (0,0,0,0)$

$FECT_1 = FEST_1 \oplus FAT_1 = (0,0,0,0) \oplus (45,55,55,58) = (45,55,55,58)$

$FECT_2 = FEST_2 \oplus FAT_2 = (0,0,0,0) \oplus (52,55,55,65) = (52,55,55,65)$

$FECT_3 = FEST_3 \oplus FAT_3 = (45,55,55,58) \oplus (90,100,100,112) = (135,155,155,170)$

Adım 2.a $FLCT_n = FEST_n$ ve $FLCT_j$ hesaplanır, $j = n-1, n-2, ..., 2, 1.$

$FLCT_S = FECT_S = (315,335,335,385)$

$FLCT_{10} = FLCT_S \Theta FAT_S = (315,335,335,385) \Theta (0,0,0,0) = (315,335,335,385)$

$FLCT_5 = \min\{[FLCT_7 \Theta FAT_7],[FLCT_8 \Theta FAT_8]\}$

$FLCT_5 = \min\{[(175,215,215,272) \Theta (88,95,95,105)],[(210,235,235,290) \Theta (107,115,115,120)]\}$

$FLCT_5 = \min\{[(70,120,120,184)],[(90,120,120,183)]\} = (70,120,120,184)$

$\min\{[(70,120,120,184)],[(90,120,120,183)]\}$ $\quad x_1 = 70, x_2 = 184$

$R((70,120,120,184)) = 0.4987$ $\quad R((90,120,120,183)) = 0.5154$

Adım 2.b. $FLST_S = FLCT_S \Theta FAT_S = (315,335,335,385) \Theta (0,0,0,0) = (315,335,335,385)$

Adım 3.

$FTS_S = FLCT_S \Theta FECT_S = (315,335,335,385) \Theta (315,335,335,385) = (-70,0,0,70)$

Adım 4.

$$PT = \min\left\{\begin{matrix}(B,1,3,6,7,S),(B,1,3,4,6,7,S),(B,1,3,5,6,7,S)\\(B,1,2,5,7,S),(B,1,2,4,6,7,S),(B,1,3,5,6,7,S)\end{matrix}\right\} \qquad PT_1 = \{(B,1,3,6,7,S)\}$$

$FCPM(P_1) = FTS_B \oplus FTS_{13} \oplus FTS_{36} \oplus FTS_{67} \oplus FTS_S$

$= (-70,0,0,70) \oplus (-70,0,0,70) \oplus (42,85,85,153) \oplus (-70,0,0,70) = (-218,85,85,432)$

$R(FCPM(P_1)) = R((-218,85,85,432)) = 0{,}595301351$

Olası tüm yollar bulunur ve özelik 4 kullanılarak $FCPM(P_k)$ değeri artan sırada Çizelge 3'deki gibi hesaplanır. $x_1 = -420, x_2 = 441$ ise $R((-268,60,60,424)) = 0{,}539986323$. Yukarıdaki işlemler sonucu Çizelge 4.'de gösterilmiştir.

Çizelge 4. Bulanık Kritik Yol Analizi Sonuç Çizelgesi

		FEST				FECT				FLST				FLCT				FTS			
B	B	0	0	0	0	0	0	0	0	-70	0	0	70	-70	0	0	70	-70	0	0	70
1	1-2	0	0	0	0	45	55	55	58	-63	0	0	77	-5	55	55	122	-63	0	0	77
2	1-3	0	0	0	0	52	55	55	65	-70	0	0	70	-5	55	55	122	-70	0	0	70
3	2-5	45	55	55	58	135	155	155	170	63	115	115	182	175	215	215	272	5	60	60	137
4	2-4	45	55	55	58	100	125	125	133	-5	50	50	129	70	120	120	184	-63	-5	-5	84
5	3-4	52	55	55	65	114	120	120	140	-5	55	55	122	70	120	120	184	-70	0	0	70
6	3-6	52	55	55	65	137	150	150	168	107	140	140	205	210	235	235	290	42	85	85	153
7	4-5	114	120	120	140	202	215	215	245	70	120	120	184	175	215	215	272	-70	0	0	70
8	4-6	114	120	120	140	221	235	235	260	90	120	120	183	210	235	235	290	-50	0	0	69
9	5-7	202	215	215	245	315	335	335	385	175	215	215	272	315	335	335	385	-70	0	0	70
10	6-7	221	235	235	260	316	335	335	365	210	235	235	290	315	335	335	385	-50	0	0	69
S	S	315	335	335	385	315	335	335	385	315	335	335	385	315	335	335	385	-70	0	0	70

5. SONUÇ VE TARTIŞMA

Endüstri Mühendisliği dalında son yıllarda yapılan çalışmalar incelendiğinde bulanık kümeler teorisini esas alan yöntemlerin çalışmalarda önemli bir yer tuttuğu gözlemlenmektedir. Belirsizliklerin çözümünde yeni bir çığır açan bulanık küme teorisi alanında yapılan çalışmalar günümüzde de hız kesmeden devam etmektedir.

Bu makale, klasik sayılardan çok daha gerçekçi, bulanık faaliyet süreli CPM problemini çözmek için doğrusal programla ile bulanık aritmetik yaklaşım geliştirilmiş ve birbiriyle kıyaslanarak önerilen yöntemin geçerliliği ispat edilmiştir. Önerilen yöntemle, mevcut problem daha etkin ve hızlı sonuçlar üretilebilmektedir. Yager'in sıralama yöntemini temel alan bulanık CPM problemi, geleneksel doğrusal programlama çözüm yaklaşımını kullanılarak çözümlenebilecek klasik sayıya dönüştürür. Bulanık kritik yol incelendiğinde yager'in görüşünün proje için en kritik yol olduğunu garantilemektedir. Bulanık sayıların üyelik fonksiyonlarının şekilsel biçimlerinin bilinmesine ihtiyaç duyulmaması problemin çözümde büyük bir kolaylık sağlamaktadır.

Gerçek hayatta ilk defa yapılacak olan projelerde kullanılacak olan kaynaklar belirsizdir. Bu belirsizlik ancak bulanık mantık tekniklerinin kullanımı ile giderilebilir. Bulanık proje çizelgeleme problemlerinin çözümü ile ilgili literatürde henüz optimum çözüm veren meta sezgisel yöntemler geliştirilememiştir. İleriki çalışmalarda, yeni meta sezgisel yöntemlerin geliştirilmesi yada mevcut olanların melez olarak kullanımı ile optimuma yakın çözümler elde edileceği beklenmektedir.

Açıkça belirtmek gerekir ki, bu yaklaşım yamuk bulanık faaliyet süreleriyle sınırlandırılamaz. Diğer tip bulanık sayılara içeren L-R tipi, üçgensel tip, söbü bulanık sayılar vb. uygulanabilir. Ayrıca kaynak kısıtlı proje çizelgeleme problemlerine uyarlanabilir. Bu çalışma ile bulanık ortamda projelerin kaynak kısıtları altında çizelgelenmesi problemi incelenecek ve problemin çözümü için yeni ve etkin çözüm yöntemlerinin tanıtılması ve geliştirilmesi ileri çalışmalar için hedeflenmiştir.

REFERENCES / KAYNAKLAR

[1] Chanas, S., Zielinski, P., "Critical Path Analysis in the Network with Fuzzy Activity Times", Fuzzy Sets and Systems, Vol. 122, (2001) 195-204.

[2] Chanas S., Kamburowski J., "The use of fuzzy variables in PERT", Fuzzy Sets and Systems 5 (1981) 11-19.

[3] Chanas S., "Fuzzy sets in few classical operational research problems", In Approximate Reasoning in Decision Analysis, North-Holland, Amsterdam, (1982) 351-363.

[4] Wang, X. & Huang, W., "Fuzzy resource-constrained project scheduling problem for software development", "Wuhan University Journal of Natural Sciences," 15, 25-30. 2010.

[5] Dubois D., Prade H., "Fuzzy Sets and Systems: Theory and Applications", Academic Press, 1980.

[6] Slyeptsov A.I., Tyshchuk T.A., "A Method of Computation of Characteristics of Operations in a Problem of Fuzzy Network", Cybernetics and Planning and Management System Analysis,Vol. 39, No. 3, (2003) 367-378.

[7] Nasution S. H., "Fuzzy durations in critical path method", In Second IEEE International Conference on Fuzzy Systems*,* San Francisco, (1993) 1069-1073.

[8] Zadeh, L. A., "Fuzzy Sets" Information and Control, 8, 338-353. 1965.

[9] Sharafi, M., Jolai, F., Iranmanesh, H. & Hatefi, S. M., "A Model for Project Scheduling with Fuzzy Precedence Links" Australian Journal of Basic and Applied Sciences, 2, 1356-1361. 2008.

[10] Yousefli, A., Ghazanfari, Shahanaghi, & Heydari, M., "A New Heuristic Model for Fully Fuzzy Project Scheduling", Journal of Uncertain Systems, 2, 75-80. 2008.

[11] Soltani, A. & Haji, R., "A Project Scheduling Method Based on Fuzzy Theory", Journal of Industrial and Systems Engineering, 1, 70-80. 2007.

[12] Chen, C. T. & Huang, S. F., "Applying fuzzy method for measuring criticality in project network", Information Sciences", 177, 2448-2458. 2007.

[13] Ke, H. & Liu, B. D., "Project scheduling problem with mixed uncertainty of randomness and fuzziness", European Journal of Operational Research, 183, 135-147. 2007.

[14] Pan, H. Q. & Yeh, C. H., "Fuzzy project scheduling", Proceedings of the 12th IEEE International Conference on Fuzzy Systems, Vols 1 and 2, 755-760. 2003.

[15] Wang, J. T., "A fuzzy project scheduling approach to minimize schedule risk for product development", Fuzzy Sets and Systems, 127, 99-116. 2002.

[16] Chen, S. M. & Chang, T. H., "Finding multiple possible critical paths using fuzzy PERT", IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics Part B-Cybernetics, 31, 930-937. 2001.

[17] Atli, O., "Tabu Search and an Exact Algorithm for the Solutions of Resource-constrained Project Scheduling Problems", International Journal of Computational Intelligence Systems Volume 4, Issue 2, Pages 255 – 267, 2011

[18] Atlı Ö. "The Minslack and Kangaroo Algorithm Heuristic for Fuzzy Resource-Constrained Project Scheduling Problems" Journal of Multiple-Valued Logic and Soft Computing, Basım Aşamasında. 2012.