



**PhD Research Article / Doktora Çalışması Araştırma Makalesi**  
**MODELLING OF WEAR ON A CIRCULAR CAM PROFILE**

**İlknur KESKİN<sup>\*1,2</sup>, Atilla BOZACI<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>*Yıldız Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Makine Mühendisliği Anabilim dalı, Yıldız-İSTANBUL*

<sup>2</sup>*Yıldız Teknik Üniversitesi, Makine Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü, Yıldız-İSTANBUL*

**Received/Geliş: 20.02.2012 Accepted/Kabul: 06.09.2012**

---

**ABSTRACT**

Life prediction for dynamic systems is very important for machine designers in terms of technical and economical reasons. Wear of co-working surfaces is a critical factor affecting the life of the product. Although wear is definitely an ordinary event, the mechanism and theory of wear are very complex phenomenon of the system which includes material properties, operating conditions (load, speed, etc.), contact geometry, surface roughness, and environment (lubrication, temperature, etc.). However, it is not possible to deal with so many components on a mathematical model. The modelling studies which involves the wear arised surface of the cam by considering only spring forces effects are present in the literature.

In this study, the mathematical model has been formed by considering inertia forces arising from the spring affecting cam mechanism and acceleration of the follower.

Archard's wear equation has been adapted to the current situation and a mathematical model which reveals the depth of wear depending on the force and time variable has been established in dry conditions. For the same existing conditions, experimental studies have been performed for PTFE cam profile and then wear depth of the worn cam profile have been determined by CMM (Coordinate Measuring Machine) for different angles. Experimental results were compared with the theoretical data that as a mathematical model put forward and was seen a reliable model according to the amount of wear estimated, and new cam and follower profiles are obtained.

**Keywords:** Cam, follower, wear, wear coefficient, CMM.

**DAİRESEL KAM PROFİLİ ÜZERİNDEKİ AŞINMANIN MODELLENMESİ**

**ÖZET**

Dinamik sistemler için ömür tahmini tasarımcılar açısından teknik ve ekonomik sebeplerden dolayı oldukça önemlidir. Eş çalışan yüzeylerin aşınması da ürün ömrünü etkileyen kritik bir faktördür. Aşınmanın kendisi kesinlikle sıradan bir olay olmasına rağmen aşınma teorisi ve mekanizması sistemin malzeme özelliklerini, çalışma şartlarını (yük, hız, v.s.), değme geometrisini, yüzey pürüzlülüğünü ve çevresel faktörleri (yağlama, sıcaklık, v.s.) kapsayan çok kompleks bir olgudur. Ancak bu kadar çok bileşeni bir matematik model üzerinde ele almak mümkün değildir. Literatürde, kam yüzeyinde sadece yay kuvvetinin sebep olduğu aşınmayı modelleme çalışmaları mevcuttur.

Bu çalışmada, kam mekanizmasını etkileyen yay ve izleyicinin ivmelenmesinden doğan atalet kuvvetleri de göz önüne alınarak bir matematik modelleme çalışması yapılmıştır.

Archard'ın aşınma denklemi mevcut duruma adapte edilmiş ve kuru şartlarda aşınma derinliğini kuvvet ve zaman değişkenine bağlı olarak verebilen bir matematik model kurulmuştur. Aynı mevcut şartlar için deneysel çalışmalar PTFE malzemeye sahip kam profili için yapılmış ve aşınan kam profilinin farklı açılardaki aşınma derinliği CMM yardımıyla belirlenmiştir. Deneysel olarak belirlenen sonuçlar matematik modelin ortaya koyduğu teorik verilerle karşılaştırılmış ve modelin güvenilir olduğu görülmüştür.

**Anahtar Sözcükler:** Kam, izleyici, aşınma, aşınma katsayısı, CMM.

---

\* Corresponding Author/Sorumlu Yazar: e-mail/e-ileti: keskin@yildiz.edu.tr, tel: (212) 383 27 94

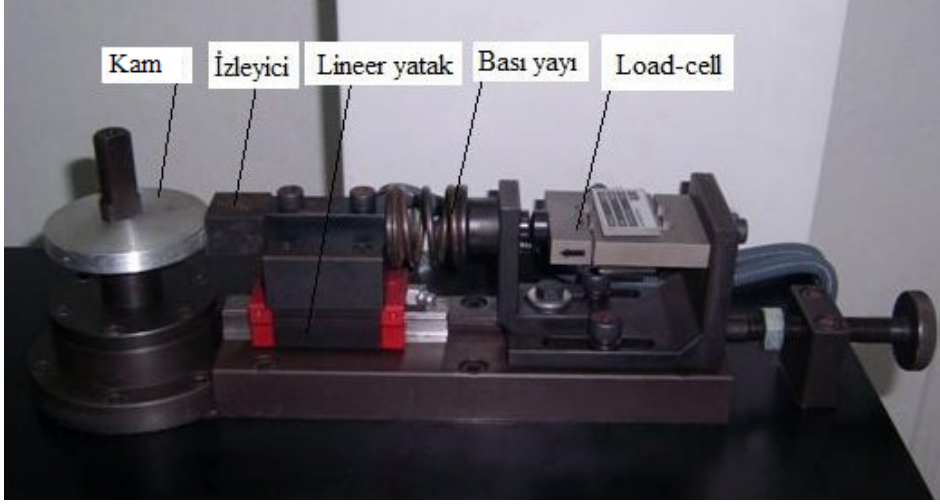
## 1. GİRİŞ

Aşınmanın modellenmesi ve bu sayede makine elemanının muhtemel aşınma seyrinin önceden tahminine yönelik araştırmalar yıllardır yapıla gelen bir uğraştır. Literatürde bu konuda yapılmış pek çok araştırma vardır. Lakin modellerin çoğu korelasyon esaslı olup, üzerinde deneme yapılan sisteme ciddi olarak bağlıdır. Yani her model, sadece üzerinde kurulduğu sisteme has sonuçlar verecektir. Kurulan modele göre bir genelleme yapmak mümkün olamamaktadır. Aşınma modellerinin bu karakterinden ötürü, aşınma parametreleri ve sabitlerinde pek çok çeşitliliğe yol açmıştır. Bu da hali ile bilim adamları arasında bir uzlaşmaya ulaşmayı zorlaştırmakta, herkes nerede ise kendine ait bir model ortaya koymaktadır. Bu nedenle aşınma tahmini modelleri mevcut hali ile tüm aşınma problemlerine çözüm getirmekten uzak görünmektedir. Bütün bunlardan çıkan genel sonuç ise modelleme çalışmalarının mekanik sistem esaslı olması ve deneylerle desteklenmesi gerektiğidir. Sadece malzemeye, yağlayıcıya veya aşınma mekanizmasına bağlı kendi başına bir modelleme arzu edilen değerlendirmeyi mümkün kılmamaktadır [1].

Kamlar özel olarak belirlenmiş bir hareketi izleyici vasıtasıyla mekanik bileşenlere çıkış olarak vermek üzere kullanılırlar. Bu hareket çoğunlukla karmaşık ve çoğunlukla kusursuz zamanlama gerektirir[2]. Kamın hareketi izleyici sistemi üzerine direk değme ya da yüksek eleman çifti olarak nakledilir [3]. Kam ve izleyici çifti arasındaki değme çoğunlukla yüksek sıcaklık, az ya da yağlamasız ve yüksek değme gerilmeleri gibi yıpratıcı etkilere neden olur. Değme şartları kam sisteminin performansında çarpıcı şekilde etkilidir. Kam ve izleyici yüzeylerinin aşınması başlangıçta öngörülen performans (hareket, zamanlama ya da dinamik kontrol) kriterlerinin bozulmasıyla sonuçlanacaktır. Bu nedenledir ki aşınma istenmeyen bir olgudur ve bazı tedbirlerin alınması gerekmektedir. Bu tedbirler nerelerde ne miktarda aşınma olabileceğinin tahmin edilebilmesiyle alınabilir. Aşınma olayı aşınan bir malzemenin sadece kendisine ait bir özellik değildir. Yüzey çalışma şartları (yük, hız), kontak geometrisi, yüzey pürüzlülüğü ve çevre (yağlayıcı, sıcaklık) den oluşan bir sistemin kompleks etkileşimlerinden doğan bir sonuçtur. Literatürde aşınmayı simüle etmek için sonlu elemanlar yönteminin (FEM) kullanıldığı birçok çalışma mevcuttur. Podra ve Andersson, sonlu elemanlar yöntemini kullanarak kayma aşınmasını ayrıntılı olarak incelemişlerdir[4]. İlk alternatif yaklaşım olarak Blanchet[5] tarafından ortaya atılan ve Sawyer[6] tarafından desteklenerek devam ettirilen çalışmada basit mekanizmalar için aşınmanın basit bir çizgi kaldırma terimi varsayıldığı, kapalı form analitik ifadeler geliştirilmiştir. Bu ifadeler, sınırlı problem tiplerine bağlı olmalarından ötürü daha az yaygındır. Ancak, bu sınırlı problemlere uyumlu ifadelerin, aşınma davranışını tahmin etmede son derece etkili olduğu kanıtlanmıştır. Dickrell III[7] ve arkadaşları iki boyutlu dairesel bir kam profilinde, aşınmayı analitik yaklaşım, bilgisayar simülasyonu ve deneysel çalışmalar yardımıyla incelemiştir. Ortaya koyduğu matematik modelde, aşınmayı kuvvet-zaman bileşeni çerçevesinde ele almıştır. Ancak ifadeyi basitleştirebilmek adına izleyicinin ivmelenmesinden kaynaklanan atalet kuvvetlerini ihmal edilebilir büyüklükte sınırlayabilecek şartlar oluşturulmuş, sadece yay kuvvetinin etkisi modele dahil edilmiştir. Bu çalışmada ise atalet kuvvetinin etkisi de sisteme dahil edilmiş ve sistem şartlarını sınırlayan çerçeve biraz daha geniş tutulmuştur. Matematik modele göre hesaplanan aşınma derinliği, aşınmış kamın koordinat ölçüm makinasında okunmuş değerleriyle karşılaştırılmıştır. Koordinat ölçüm cihazı (CMM) üç eksenli ölçüm yapabilme özelliğine ve saniyede 800 mm hareket serbestliğine sahiptir.

## 2. DENEY DÜZENEGİ

Kam ve izleyici çiftinden oluşan deney düzeneği mekanizmanın yük ve aşınma ilişkisini ortaya koymak için geliştirilmiştir(Şekil 1).



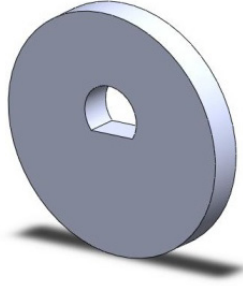
Şekil 1. Kam ve izleyici çiftinden oluşan deney düzeneği

Dairesel kam profilinin malzemesi PTFE olup 80 mm çapa ve 10 mm kalınlığa sahiptir (Şekil 2). Kamın dönme merkezi geometrik merkezinden 6 mm uzaklıktadır. İzleyici malzemesi yüksek hız çeliği olup arkasına normal kuvveti temin etmek amacıyla 20 N/mm lik yay katsayısına sahip bir bası yayı yerleştirilmiştir. Kam yarıçapının minimum olduğu noktadan yay vasıtasıyla yaklaşık 30N'luk bir ön yükleme verilmiştir. Böylece kamın ilk turu için 30 N ile 270 N arasında değişen bir yay kuvveti oluşmuştur. 1365 d /dak hızında bir elektrik motoru kullanılmış, kam miline hareket kayış kasnak sistemiyle aktarılmış ve bir inverter yardımıyla hız 610 d/dk da sınırlandırılmıştır. İzleyici bağlı olduğu lineer yatakla birlikte 1294 gr kütleyle sahiptir. Yay kuvvetinin yanında atalet kuvvetini ön plana çıkarmak için izleyici grubunun kütlesi büyük tutulmuş ve yüksek hızda çalışılmıştır.

Kam ve izleyici için belirlenmiş malzemelerin sertlik farklılıkları maksimum düzeyde tutulmaya çalışılmış bu nedenle de izleyici aşınması ihmal edilmiştir. Kam profilinin boyutları aşındırma testinden önce ve sonra koordinat ölçüm makinası (CMM) vasıtasıyla ölçülmüştür. Belirlenmiş kam açıları için aşınmadan önce ve sonra alınan sonuçlar arasındaki fark test sonucu oluşmuş aşınma derinliğini belirlemiş olmaktadır. Deney kamın yaklaşık 150000 devir sonrası aşınmasını ortaya koymaktadır. Yüksek hız çeliği üzerindeki PTFE malzeme için aşınma oranı olarak adlandırılan K değeri deneysel olarak izleyici ve kam için şartların aynı olduğu pin on disk aparatında  $18,02 \cdot 10^{-4} \text{ mm}^3 / (\text{Nm})$  olarak belirlenmiştir[8].

### 3. MATEMATİK MODEL

Düz yüzeyli bir izleyiciye karşı dönen kaçık merkezli bir dairesel kamın aşınması, geometri ve değme yükünün birlikte ele alınmasıyla analitik olarak ortaya konulmak istenmektedir. Kam ve izleyici mekanizması düz yüzeyli bir izleyiciye karşılık 2 boyutlu bir diskin yuvarlanması olarak işlev görmektedir. Kamın dönme merkezi geometri merkezinden e kadar mesafededir ve kam kalınlığı b olarak tanımlanmıştır. Bütün devirler için değme şartları, sabitlenmiş koordinat sistemine uyacak şekilde açıl koordinatlar kullanılarak ifade edilmiştir. Kamın izleyici ile temas noktasındaki aşınma derinliğini tahmin metodunda denklem 1'de ifade edildiği şekliyle modifiye edilmiş Archard aşınma denklemi kullanılacaktır. Kamın ilk turu sonrasındaki aşınma derinliği denklem 1 ile hesaplanabilir.



Şekil 2. Dairesel Kam Profili

$$h_1 = \frac{K.F_n}{b} \quad (1)$$

Söz konusu denkleme konu olan normal kuvvet bileşenleri ( $F_n$ ) yay ön yükleme kuvveti, yay kuvveti ve atalet kuvvetinin toplamından oluşur.

$$F_n = k.d_0 + k.s(\theta) + m.a \quad (2)$$

Kamın ikinci devri sonucunda oluşacak aşınma derinliğinin hesabında önceki devirde oluşan aşınma derinliği de hesaba katılır. Bu durumda

$$h_2 = \frac{K}{b}(k.(d_0 - h_1) + k.(s(\theta) - h_1) + m.\ddot{s}(\theta)) \quad (3)$$

Geometrik merkezinden e mesafe uzaklıkta dönme merkezine sahip kamın izleyiciye yaptırmış olduğu hareket basit harmonik hareket ile tanımlanır. Basit harmonik harekete ait yer değiştirme denklem 4 de ifade edilmiştir[9].

$$s(\theta) = e.(1 - \cos\theta) \quad (4)$$

Hız ve ivme denklemleri de denklem 5 ve 6 de ifade edildiği gibidir.

$$\dot{s}(\theta) = w.e.\sin\theta \quad (5)$$

$$\ddot{s} = w^2.e.\cos\theta \quad (6)$$

Yerdeğiştirme ve ivme ifadelerini denklem 2'ye dahil edersek,

$$h_1 = \frac{K}{b}(k.d_0 + k.e.(1 - \cos\theta) + m.w^2.e.\cos\theta) \text{ şekline dönüşür.}$$

Kamın her devri sonundaki aşınma derinliğini hesap etmek için ilgili devirden önceki toplam aşınma derinliğinin hesaba katılması gerekir. Bu nedenle ifadeyi daha kullanılabilir hale dönüştürmek amacıyla bazı tanımlamalar yapılacaktır.

$K/b=C$ ,  $(1-\cos\theta)=B$ ,  $m.w^2.\cos\theta=A$  şeklinde tanımlanırsa denklem 3 aşağıdaki hale dönüşür.

$$h_2 = C.[k(d_0 - h_1) + k.B.(e - h_1) + A(e - h_1)]$$

Ara işlemler sonucunda

$$h_2 = h_1(1 - C(k + Bk + A))$$

Elde edilir. Bu ifade geliştirilirse kamın her devrindeki aşınma derinliği denklem 7 ile hesaplanabilir.

$$h_N = h_1(1 - \frac{K}{b}(k + k(1 - \cos\theta) + m.w^2.\cos\theta))^{n-1} \quad (7)$$

Kamın istenen devri sonundaki toplam aşınma derinliği ise denklem 8 ile hesaplanabilir.

$$h_{top} = \sum_{N=1}^n h_N = h_1 \cdot \frac{1 - \left(1 - \frac{K}{b}(k + k(1 - \cos\theta) + m.w^2.\cos\theta)\right)^n}{1 - \left(1 - \frac{K}{b}(k + k(1 - \cos\theta) + m.w^2.\cos\theta)\right)} \quad (8)$$

#### 4. BİLGİSAYAR SİMÜLASYONU

Şekil 3 de düz yüzeyli izleyici ile kam teması tanımlanmıştır. Sabitlenmiş koordinat sistemi (X,Y), kama ait koordinat sistemi (x,y), (X',Y') ve (x',y') arasındaki açısal pozisyon  $\theta$ , temel daire yarıçapı  $R_b$  ve değme noktası c ile ifade edilmiştir. Bu yaklaşımda ani dönme merkezi teoremi ya da Arnould-Kennedy ani dönme merkezi teoremi kullanılmıştır. Teorem verilen herhangi iki ani dönme merkezini (düzlemsel hareket) ifade eder. Üçüncü ani dönme merkezi iki bilinen ani dönme merkezine bir çizgi bağlantısı üzerinde düşmektedir. İki boyutlu kam ve düz yüzeyli izleyici örneği için kam ve zemin arasındaki ani dönme merkezi IC<sub>k,z</sub> kamın dönme merkezinde (sabitlenmiş koordinat sisteminin (X,Y) orijini) yer alır. izleyici ve zeminin ani dönme merkezi IC<sub>i,z</sub> dikey izleyici yüzeyinden hareket yönüne oldukça uzakta yer alır. Bu nedenle kam ve izleyici arasındaki ani dönme merkezi IC<sub>k,i</sub> yalnızca X eksenı boyunca bir yerde olabilen iki geçici merkeze bağlanan bir çizgi üzerinde yer almalıdır.

Denklem 5'de izleyicinin hızı verilmiştir ve denklem 9 da değme noktasının (X<sub>c</sub>), X koordinatı, denklem 10'da ise değme noktasının (Y<sub>c</sub>) Y koordinatı verilmiştir.  $\dot{s}(\theta)$  zamana bağımlı değişken s'nin türevi ve  $\dot{s}(\theta)$   $\theta$ 'ya bağlı s'nin geometrik türevidir.

$$X_C \cdot w = \dot{s}(\theta) = w \cdot s'(\theta) \quad (9)$$

$$X_C = s'(\theta) \quad (9)$$

$$Y_C = R_b + s(\theta) \quad (10)$$

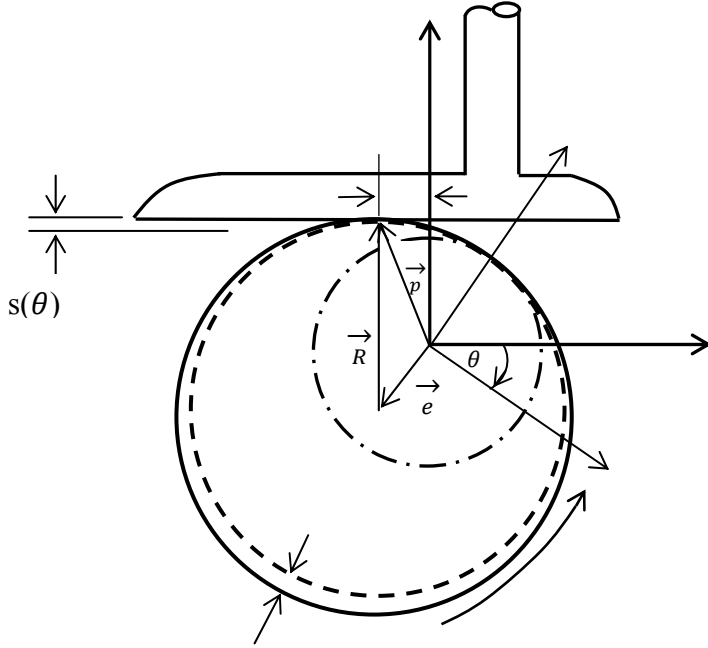
Bu koordinatlar sabitlenmiş koordinat sisteminde parametrelerle izah edilmiştir. Kam yüzeyinin anlamlı bir şekilde tanımlanması için kurulan sistem, taşıma koordinat sisteminde yeniden parametrelerle izah edilmelidir. Değme koordinatlarının dizilişinde kamın dönüş yönü saat yönü için pozitif kabul edilir. Sonuç olarak bu koordinatlara taşınan koordinat sisteminde (x,y) matris formunda ifade edilebilir(denklem11).

$$\begin{bmatrix} x_c \\ y_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_C \\ Y_C \end{bmatrix} \quad (11)$$

Burada izleyici aşınması ihmal edilebilir, yalnızca kam yüzeyindeki geometrik değişiklik dikkate alınır. Kam yüzeyine dik olan aşınma olayına göre bir aşınma dairesinden sonra yeni kam yüzeyi denklem 12 ve 13 da ifade edildiği gibidir. Yüzey tanjant vektörü  $x'_c$  ve  $y'_c$  nin i ve j bileşenlerine sahiptir.

$$\bar{x}_c = x_c + h_{top} \frac{y'_c}{\sqrt{(x'_c)^2 + (y'_c)^2}} \quad (12)$$

$$\bar{y}_c = y_c - h_{top} \frac{x'_c}{\sqrt{(x'_c)^2 + (y'_c)^2}} \quad (13)$$



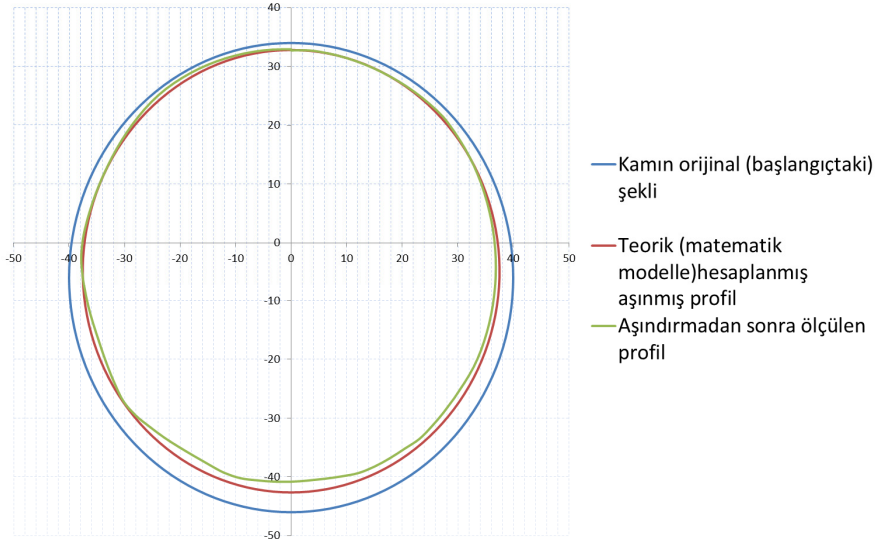
Şekil 3. Bilgisayar simülasyonu için tanımlama[6]

Denklem 12 ve 13 de ilgili ifadeler dahil edilirse aşınmış profilin c noktasındaki x ve y koordinatları denklem 14 ve 15'e dönüşür.

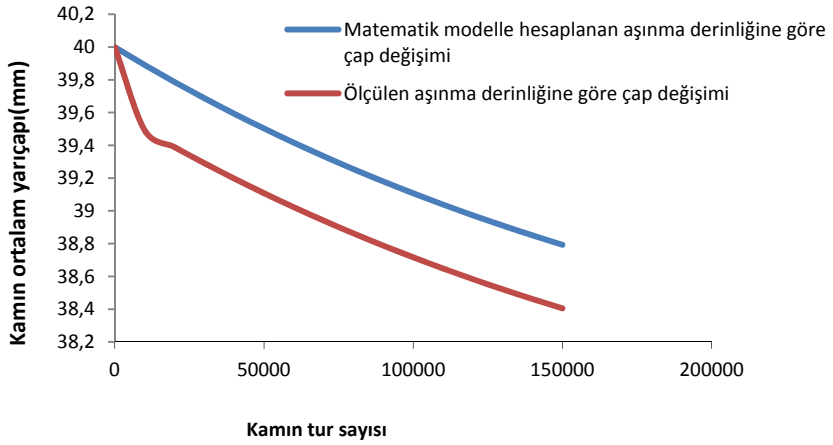
$$\bar{x}_c = [(R_b + e) - h_{top}] \sin \theta \quad (14)$$

$$\bar{y}_c = [(R_b + e)h_{top}] \cos \theta - e \quad (15)$$

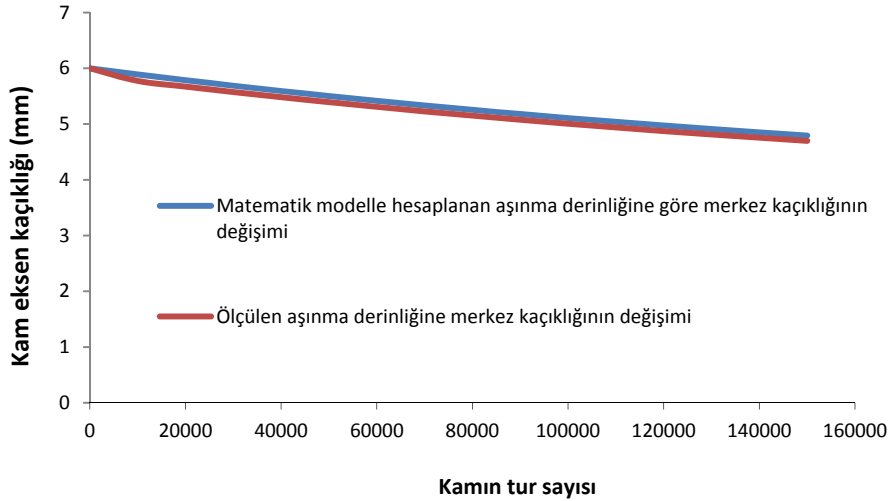
Bu teoremdeki yaklaşımdan yola çıkarak kamın yaklaşık 150000 devrinden sonraki aşınmış profilinin matematik model vasıtasıyla tahmini olarak hesaplanmış ve koordinat ölçüm makinasıyla ölçülmüş yeni profili Şekil 4 de verilmiştir.



Şekil 4. PTFE malzemeye sahip kam profilinin matematik modelle hesaplanan ve aşındırma deneyi sonrası ölçülen yeni profili



Şekil 5. Kam yarıçapının değişimi



Şekil 6. Kam kaçıklığının değişimi

## 5. SONUÇLAR VE TARTIŞMA

Dairesel çevreli eksantrik kamın yay ve atalet kuvvetleri karşısında aşınma davranışını tahmin etmek için kurulan matematik model kullanılarak hesaplanan farklı krank açılarındaki aşınma derinlikleri, genel geometrik şekil değişimi ile aşınmış kam üzerinde CMM ile ölçülerek belirlenen deneysel verilerle mukayese edilmiş ve Şekil 4 ile ifade edilmiştir. Şekil 5 ve şekil 6'da kamın 150000 devri sonundaki aşınmış profilinin yeni ortalama yarıçapı (R) ve e (kaçıklık) değişimi gösterilmiştir. Sonuçlar incelendiğinde matematik modelle hesaplanan ve aşındırma deneyi sonucunda ortaya çıkan aşınma derinliği değerleri arasındaki fark ortalama % 5 oranındadır. Yürek profili üzerinde aşınmanın maksimum olduğu açılarda bu farkın en fazla % 10-15 mertebesinde olduğu görülmüştür. Deney şartlarının ve aşınmış profillerin ölçüm hassasiyetlerinin iyileştirilebilmesi bu farkı daha da azaltacaktır. Bu sonuçlar oluşabilecek aşınma derinliğini tahmin edebilme özelliğini kazandırma açısından kabul edilebilir sınırlar içinde kalmaktadır. Bu nedenle, ortaya konan bu matematik model farklı malzeme çiftleri yada farklı devir ve tur sayılarında oldukça faydalı olabilecektir. Literatürde, matematiksel işlemleri kolaylaştırabilmek adına kuvvet bileşeninin sadece yay kuvvetinden ibaret olduğu (sert yay, hafif izleyici grubu, düşük devirde çalışma), bu nedenle de atalet kuvvetinin etkisini ihmal edilebilir boyutlarda sınırlayan şartlar için geçerli modeller mevcuttur[6]. Ancak bu çalışmada atalet kuvvetinin etkisi de modele dahil edilmiş ve sınırlarını daha geniş tutabileceğimiz şartlar için de kullanılabilecek bir model geliştirilerek çalışma bir adım öteye taşınmıştır.

## REFERENCES / KAYNAKLAR

- [1] Özmen, Y., "Makine elemanlarının Tribolojik Hasarları ve Uygun Malzeme Seçimi", Makine Teknolojileri Elektronik Dergisi, 2004(1):31-37
- [2] Fries, R.H. ve Rogers, C.A., "Predictions of Cam Wear Profiles", Proceedings of the 15 th Leeds-Lyon Symposium on Tribology, Leeds, Semp., 1988, 101-109.



- [3] Mabii, H.H., ve Reinholtz, C.F., “Mechanisms and Dynamics of Machinery”, John Wiley & Sons, New York, 1987.
- [4] Podra, P. Ve Andersson, S., “Simulating Sliding Wear With Finite Element Method”, Tribol. Int.,32, 71-81, 1999.
- [5] Blanchet, T.A., “The Interaction of Wear and Dynamics of a Simple Mechanism”, ASME J.Tribol., 119, , 597-599, 1997.
- [6] Sawyer, W.G., “Wear Predictions for a Simple-Cam Including the Coupled Evolution of Wear and Load”, Lubr. Eng., 31-36, 2001.
- [7] Dickrell III, D.J., Dooner, D. B. ve Sawyer, W. G., “The Evolution of Geometry for a Wearing Circular cam:Analytical and Computer Simulation With Comparison to Experiment”, Journal of Tribology, 125,187-192, 2003.
- [8] Engineering-abc.com, <http://www.tribology-abc.com/sub24.htm> [Eriřim Tarihi; 10 Ocak 2008].
- [9] Waldron, K.J. ve Kinzel, G.L., “Kinematics, Dynamics and Design of Machinery”, John Wiley & Sons, New York, 2004, 364-375.