



**Araştırma Makalesi / Research Article**  
**MATHEMATICAL MODELING AND CUTTING SIMULATION OF INVOLUTE SPUR GEARS WITH ASYMMETRIC TEETH**

**M. Cüneyt FETVACI<sup>1</sup>, C. Erdem İMRAK<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>*Istanbul Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü, Avcılar-İSTANBUL*

<sup>2</sup>*Istanbul Teknik Üniversitesi, Makine Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü, Gümüşsuyu-İSTANBUL*

**Geliş/Received: 10.07.2007 Kabul/Accepted: 02.01.2008**

---

**ABSTRACT**

This paper studies the equations of rack cutters for generating involute gears with asymmetric teeth. The asymmetry means that different pressure angles are applied for driving and coast sides, respectively. By applying the equations of designed profile of rack cutter, the principle of coordinate transformation, the theory of differential geometry, and the theory of gearing, the mathematical model of involute spur gear with asymmetric teeth is given. Trochoidal envelope traced by cutter is also investigated. Computer graphs of asymmetric involute spur gears are presented based on the given model, and also generation simulation is illustrated.

**Keywords:** Gear design, asymmetric involute, simulation.

**ASİMETRİK EVOLVENT DÜZ DİŞLİ ÇARKLARIN MATEMATİK MODELLENMESİ VE İMALAT SİMÜLASYONU**

**ÖZET**

Bu çalışmada asimetrik evolvent profilli düz dişli çarkların bilgisayar simülasyonu için matematik modellenmesi ele alınmaktadır. Asimetri, diş aktif yüzeyinin tahrik ve arka taraflarda farklı açıda dizayn edildiğini ifade eder. Kesici takımın denklemleri, koordinat dönüşüm, diferansiyel geometri ve yuvarlanma prensipleri uygulanarak asimetrik evolvent düz dişli çarkın matematik modeli verilmiştir. Takım ucunun trokoidal yörüngesi de incelenmiştir. Matematiksel ifadeler programlanarak asimetrik dişlilerin bilgisayar simülasyonu gerçekleştirilmiştir. Sonuçlar grafikler ile takdim edilmiştir.

**Anahtar Sözcükler:** Dişli tasarım, asimetrik evolvent, simülasyon.

---

**1. GİRİŞ**

Paralel eksenli miller arasında güç iletimini sağlayan evolvent alın dişli çarklar diğer dişli tiplerine göre kolay imal edilebilir ve eksenler arası mesafedeki değişmelere tolerans göstermeleri nedeniyle endüstride yaygın olarak kullanılmaktadır. Diş profilinin doğru geometrik ifadesi hafif ve ağır yüklerde temas analizi ve gerilme analizini kapsayan güvenilir bilgisayar destekli dizayn için esas teşkil eder. Dişli çarkların sayısal metodlarla incelenmesinde modelin doğru tesis edilmesi sonuçların güvenilirliğini belirlemektedir. [1,2]

---

\* Sorumlu Yazar/Corresponding Author: e-mail/e-ileti: fetvacic@istanbul.edu.tr, tel: (212) 273 70 70 / 17823

Dişlilerin seri imalatında yuvarlanma prensibiyle diş boşluğunu şekillendiren kesici takımlar (kremayer kesici, azdırma, pinyon kesici) kullanılmaktadır. Bu tip imalatla kesici takım ile dişli taslağı arasında bağıl hareket mevcuttur. Diş profilinin şeklini kesici takımın geometrisi belirlemektedir. Diş profili evolvent formda aktif yüzeyden ve trokoid forma kök eğrisinden oluşur. Bu eğrileri parametrik olarak tanımlayan ifadeler çeşitli metodlar ile literatürde sunulmuştur [3-8]. Litvin vektör analiz, matris transformasyon, diferansiyel geometri ve yuvarlanma denklemlerini kullanarak diş profillerini ve geometrik özelliklerini tanımlayan metodlar geliştirmiştir [7]. Litvin'in çalışmalarından hareketle standart ve modifiye edilmiş çeşitli profiller için gerek kremayer tipi takım ve gerekse pinyon kesici takımla imal edilen diş yüzeylerini matematik modelleyen çalışmalar literatürde sunulmaktadır [2,8-12]. Yang asimetric evolvent dişli helisel çarkın matematik modelini geliştirmiş ve sonlu eleman analizini yaparak simetrik çarklara olan üstünlüklerini belirtmiştir [9].

Asimetrik takımda, takımın sağ ve sol yüzeyleri farklı profil açısı ile dizayn edilmiştir. Endüstriyel uygulamalarda, eş çalışan dişlerin hemen her zaman tahrik yüzeyleri temas etmektedir. Dönme yönü değiştirilmediği sürece arka yüzeyler hemen hemen hiç bir görev icra etmez. Bu bakımdan tahrik yüzeyinin kavrama açısı ile arka yüzeyin kavrama açısı farklı alınarak mekanizmanın bazı özellikleri iyileştirilebilir. Mekanizma boyut ve ağırlık bakımından optimize edilir ve yük taşıma kapasitesinde artış sağlanır. Havacılıkta turbo motorlu uçaklarda iki-kademeli planet dişli kutularında, otomotiv sanayinde taşıtların vites kutularında asimetrik profilli dişliler kullanılmaktadır [13].

Bu çalışmada Litvin'in vektör yaklaşımından [7] hareketle asimetrik evolvent profilli düz dişli çarkların matematik modellenmesi ele alınmıştır. Yang'ın kremayer tipi takımla asimetrik helisel çark için teklif ettiği ifadeler [9] düz dişli çark için sadeleştirilerek kullanılmıştır. Profil kaydırma miktarı yuvarlanma denklemine ilave edilmiştir. Ayrıca uygun düzenleme ile kesici takımın diş boşluğunu aşama aşama şekillendirmesini gösteren resim ve animasyonlar elde edilmiştir. Takımın yuvarlatılmış ucunun trokoidal yörüngesini inceleyen yaklaşım [14] bu çalışmada verilen matematik modele uyarlanarak diş kökünü şekillendiren eğriler de incelenmiştir. Bu şekilde takımın vektörel gösterimi, nihai diş profilinin elde edilmesi, diş kökünü belirleyen trokoidal yörüngesinde görüldüğü kesme simülasyonu incelenebilmektedir. Geliştirilen hesaplayıcı programın sonuçları grafikler ile sunulmuştur.

## 2. ASİMETRİK DİŞLİ KREMYER TAKIM GEOMETRİSİ

Çalışmanın bu bölümünde, asimetrik profilli kesici takımın geometrik özellikleri incelenmektedir. Diş genişliği boyunca geometri değişmediğinden problem iki boyutlu olarak ele alınabilir. Şekil 1'de normal kesitte takım dişi görülmektedir. Takım sağ ve sol yanlarda referans eksenine göre farklı açılı düz uç, yuvarlatılmış köşe ve aktif kenardan oluşmaktadır. Düz uçlar asimetrik çarkın tabanını, yuvarlatılmış köşeler çarkın diş kökünü ve aktif kenarlarda evolvent yüzeyleri oluşturmaktadır. Referans kremayer aile özellikleri ISO53 standartına göre [15].

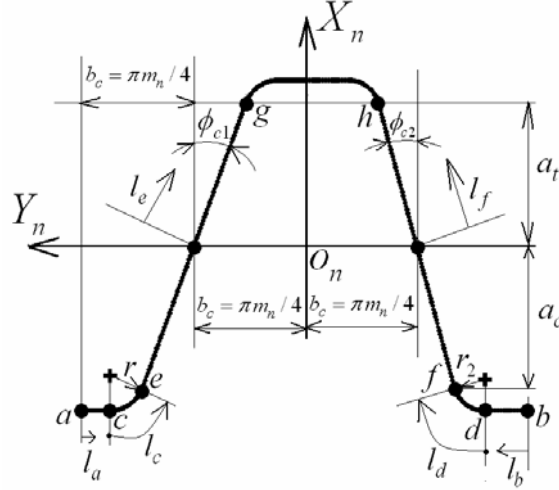
Şekil 1'de gösterildiği üzere,  $\overline{ac}$ , ve  $\overline{bd}$  bölgeleri asimetrik düz dişlinin tabanını oluşturmaktadır ve  $l_a$  takımın normal kesitinin bir dizayn parametresidir.  $c_y=0,1,2,\dots$  seçilerek takım istenilen sayıda diş ile tanımlanabilir.  $S_n(X_n, Y_n, Z_n)$  koordinat sisteminde  $\overline{ac}$  ve  $\overline{bd}$  bölgesinin denklemleri,

$$\mathbf{R}_n^{ac} = \begin{bmatrix} x_n^{ac} \\ y_n^{ac} \\ z_n^{ac} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_c + r \sin \phi_{c1} - r \\ \left(\frac{\pi m_n}{2} - l_a + c_y \pi m_n\right) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

ve

$$\mathbf{R}_n^{bd} = \begin{bmatrix} x_n^{bd} \\ y_n^{bd} \\ z_n^{bd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_c + r_2 \sin \phi_{c2} - r_2 \\ (-\frac{\pi m_n}{2} + l_b + c_y \pi m_n) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

olarak ifade edilir. Dizayn parametreleri  $l_a$  ve  $l_b$  takımın sol ve sağ kenarlarında sırasıyla  $0 \leq l_a \leq b_c - a_c \tan \phi_{c1} - r \cos \phi_{c1}$  ve  $0 \leq l_b \leq b_c - a_c \tan \phi_{c2} - r_2 \cos \phi_{c2}$  ifadeleriyle sınırlıdır.



Şekil 1. Asimetrik dişli kremayer takım geometrisi

Kesici takımın  $\overline{ce}$  ve  $\overline{df}$  bölgeleri dişli çarkın dış kökünü tayin eder. Bu bölgelerin yer vektörleri  $S_n(X_n, Y_n, Z_n)$  koordinat sisteminde aşağıdaki denklemlerle ifade edilir.

$$\mathbf{R}_n^{ce} = \begin{bmatrix} x_n^{ce} \\ y_n^{ce} \\ z_n^{ce} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_c + r \sin \phi_{c1} - r \cos l_c \\ (b_c + a_c \tan \phi_{c1} + r \cos \phi_{c1} - r \sin l_c + c_y \pi m_n) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

ve,

$$\mathbf{R}_n^{df} = \begin{bmatrix} x_n^{df} \\ y_n^{df} \\ z_n^{df} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_c + r_2 \sin \phi_{c2} - r_2 \cos l_d \\ (-b_c - a_c \tan \phi_{c2} - r_2 \cos \phi_{c2} + r_2 \sin l_d + c_y \pi m_n) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$l_c$  ve  $l_d$  bölgelerin dizayn parametreleridir ve sırasıyla  $0 \leq l_c \leq 90^\circ - \phi_{c1}$  ve  $0 \leq l_d \leq 90^\circ - \phi_{c2}$  ifadeleriyle sınırlıdır.

Şekil 1'de görüldüğü üzere, kremayer kesici takımın  $\overline{eg}$  ve  $\overline{fh}$  bölgeleri asimetrik dişlinin tahrik ve arka diş yüzeylerini sırasıyla oluşturmaktadır.  $S_n(X_n, Y_n, Z_n)$  koordinat sisteminde  $\overline{eg}$  ve  $\overline{fh}$  bölgelerinin yer vektörleri aşağıda verilmiştir.

$$\mathbf{R}_n^{eg} = \begin{bmatrix} x_n^{eg} \\ y_n^{eg} \\ z_n^{eg} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_e \cos \phi_{c1} \\ (b_c - l_e \sin \phi_{c1} + c_y \pi m_n) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

ve

$$\mathbf{R}_n^{fh} = \begin{bmatrix} x_n^{fh} \\ y_n^{fh} \\ z_n^{fh} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_f \cos \phi_{c1} \\ (-b_c + l_f \sin \phi_{c1} + c_y \pi m_n) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Bu denklemlerde  $l_e$  ve  $l_f$  dizayn parametreleridir. Bu parametreler sırasıyla  $-a_c / \cos \phi_{c1} \leq l_e \leq a_t / \cos \phi_{c1}$  ve  $-a_c / \cos \phi_{c2} \leq l_f \leq a_t / \cos \phi_{c2}$  ifadeleriyle sınırlıdır.

Diferansiyel geometriden, verilen koordinat sisteminde tanımlı takım yüzeylerinin birim normal vektörleri aşağıda denklemle ifade edilir. Burada  $\mathbf{k}_n$ ,  $Z_n$  ekseninin birim vektörüdür.

$$\mathbf{n}_n^i = \begin{cases} \frac{\partial \mathbf{R}_n^i}{\partial l_j} \times \mathbf{k}_n & (i = ac \sim fh) \\ \frac{\partial \mathbf{R}_n^i}{\partial l_j} \times \mathbf{k}_n & (j = a \sim f) \end{cases} \quad (7)$$

### 3. DIŞLİ ÇARK MATEMATİK MODELİ

İmal edilen dişli çarkın matematik modeli ise yuvarlanma denklemi ile kesici takımın geometrik yerinin bir kombinasyonudur. Kesici takım ile dişli taslağı arasındaki koordinat bağı Şekil 2'de gösterilmiştir.  $S_n(X_c, Y_c, Z_c)$  kremayer takımın koordinat sistemi,  $S_1(X_1, Y_1, Z_1)$  dişlinin koordinat sistemi ve  $S_h(X_h, Y_h, Z_h)$  sabit olan referans koordinat sistemidir. Koordinat sistemleri sağ el kuralına uymaktadır. Yuvarlanma prosesinde takım  $S = r_{p1} \phi_1$  kadar öteleme hareketi yaparken dişli taslağı  $\phi_1$  açısı kadar dönmektedir. Bu prensiplere göre aşağıdaki ifadeler yazılabilir.

$$\mathbf{R}_1^i = [M_{1n}] \mathbf{R}_n^i \quad (8)$$

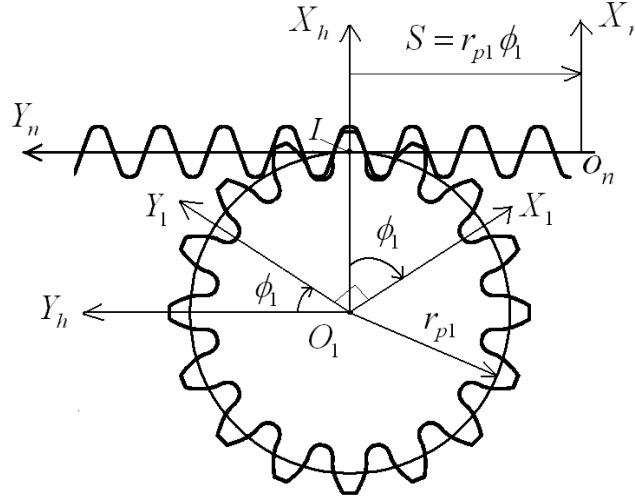
burada koordinat dönüşüm matrisi homojen koordinatlar kullanılarak ,

$$[M_{1n}] = \begin{bmatrix} \cos \phi_1 & -\sin \phi_1 & r_{p1}(\cos \phi_1 + \phi_1 \sin \phi_1) + e \cos \phi_1 \\ \sin \phi_1 & \cos \phi_1 & r_{p1}(\sin \phi_1 - \phi_1 \cos \phi_1) + e \sin \phi_1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ifadesiyle verilmektedir. Bu dönüşüm matrisinde e terimi takımın taksimat doğrusunun taslağın taksimat dairesine göre ötelenmesini (profil kaydırma miktarını) ifade eder.

Dişli Ana Kanunu gereğince eş çalışan yüzeylerin herhangi bir temas noktasındaki müşterek normali ani dönme merkezinden geçer. Eş çalışma denklemi aşağıda verilmiştir.

$$\frac{X_n^i - x_n^i}{n_{xn}^i} = \frac{Y_n^i - y_n^i}{n_{yn}^i} \quad (9)$$



Şekil 2. Yuvarlanma prosesi

Neticede, takımın vektörel gösteriminden hareketle, koordinat dönüşüm, diferansiyel geometri ve yuvarlanma prensiplerini uygulayarak çark geometrisi elde edilmektedir. Bu matematik model uygun yazılımlarla programlanarak takımın ve dişli çarkın CAD modeli elde edilebilir. Dişliye ait yüzeyleri hassas tanımlayan bu ifadeler sonlu elemanlar yazılımının parametrik dizayn lisansı ile programlanarak ağ oluşturma için gerekli katı modeller de elde edilebilir [16].

#### 4. TROKOİD EĞRİLERİ

Dişli çarkın yük taşıma kabiliyetini belirleyen en önemli hususlardan biri diş kökündeki eğilme gerilmeleridir. Diş kökünün geometrik şekli eğilme mukavemetine doğrudan etki etmektedir. Kesici takımın yuvarlatılmış ucunun merkezi yuvarlanma prosesi neticesinde trokoidal bir yörüngeyi takip eder. Bu eğri birincil trokoid olarak adlandırılır. Takımın ucu ise birincil trokoide eş mesafeli yörüngeyi takip ederek diş kökünü şekillendirir. Bu eğri ikincil trokoid olarak adlandırılır. Eğer takım sivri uçlu ise tek bir trokoid eğrisi söz konusudur.

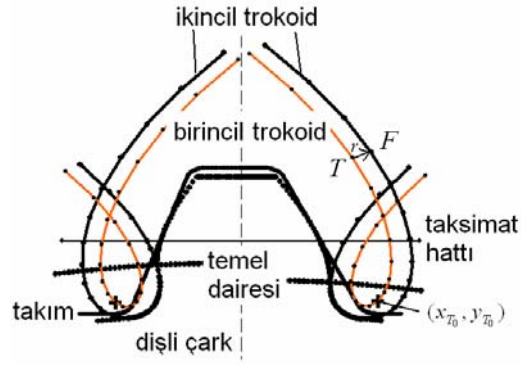
Şekil 3’de trokoid eğrileri gösterilmiştir. Yuvarlanma neticesinde takım ucu eğrilik merkezinin koordinatlarına  $(x_{T_0}, y_{T_0})$ , yuvarlanma yarıçapına  $r_{p1}$  ve yuvarlanma parametresine  $\phi_1$  bağlı olarak birincil trokoide ait  $T$  noktasının koordinatları, bu çalışmada verilen matematik modele uygun olarak, aşağıdaki ifadeyle hesaplanır.

$$\begin{bmatrix} x_T \\ y_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{T_0} \cos \phi_1 - y_{T_0} \sin \phi_1 + r_{p1} (\phi_1 \sin \phi_1 + \cos \phi_1) \\ x_{T_0} \sin \phi_1 + y_{T_0} \cos \phi_1 + r_{p1} (-\phi_1 \cos \phi_1 + \sin \phi_1) \end{bmatrix} \quad (10)$$

İkincil trokoide ait bir  $F$  noktasının koordinatları da aşağıdaki ifadelerle hesaplanır.

$$\begin{bmatrix} x_F \\ y_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_T \\ y_T \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r \sin(\gamma - \phi_1) \\ r \cos(\gamma - \phi_1) \end{bmatrix} \quad (11)$$

Burada  $\gamma = \arctan(x_{T_0} / (y_{T_0} - r_{p1}\phi_1))$  ve  $r$  takım ucunun yuvarlatma yarıçapıdır. Birincil ve ikincil trokoid eğrileri takım ucu yuvarlatma yarıçapı mesafeli iki eşmesafeli eğridir. Kesme simulasyonunda yuvarlanma parametresi  $\phi_1$  olarak tayin edilmektedir.

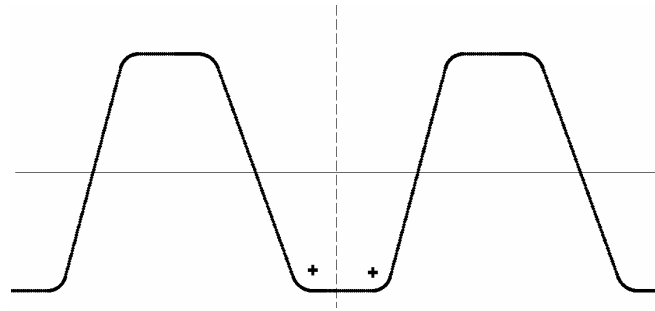


Şekil 3. Birincil ve ikincil trokoid

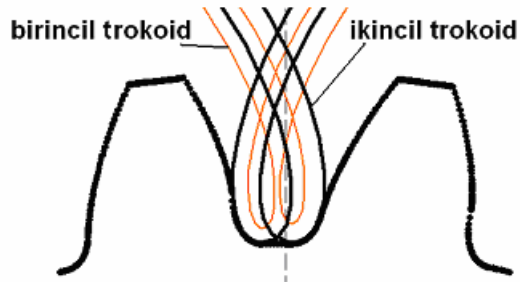
## 5. BİLGİSAYAR UYGULAMALARI

Bu çalışmada yukarıda açıklanan matematik model BASIC programlama lisansı ile programlanarak takım profilini ve diş profilini tayin eden noktaların koordinatları çıkış dosyası olarak elde edilmiştir. Bu dosya bir grafik işleme programı ile değerlendirilerek resimler elde edilebilir. Çalışmada GRAPHER programı kullanılmıştır.

Şekil 4' de asimetrik dişli kremayer takım geometrisi gösterilmiştir. Şekil 5'de kompozit resimde asimetrik düz dişli geometrisi ve trokoid eğrileri gösterilmiştir. İkincil trokoid diş dibini şekillendirmektedir.

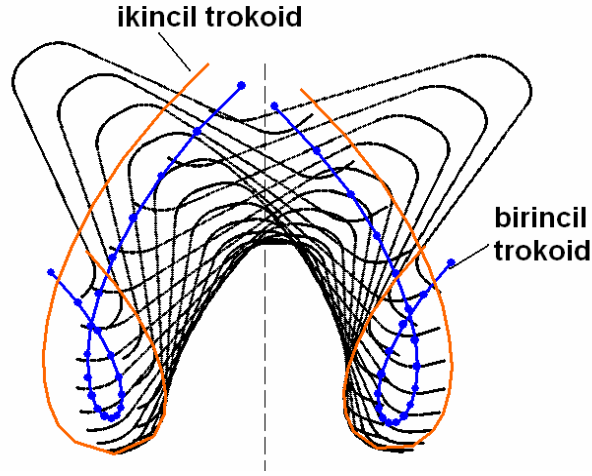


Şekil 4. Asimetrik dişli kremayer takım

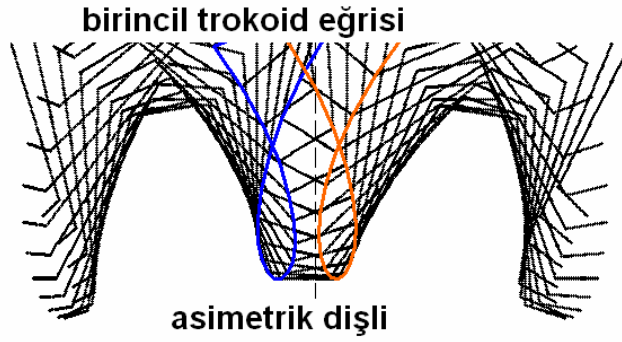


Şekil 5. Asimetrik diş geometrisi ve trokoid eğrileri

Şekil 6’da asimetrik takımla imalat simüle edilmiş, takımın yuvarlatılmış ucu ve uç merkezinin trokoidal yörüngeleri gösterilmiştir. Sivri uçlu asimetrik takımın diş boşluğunu şekillendirmesi ve takım ucunun yörüngesi Şekil 7’de gösterilmiştir.

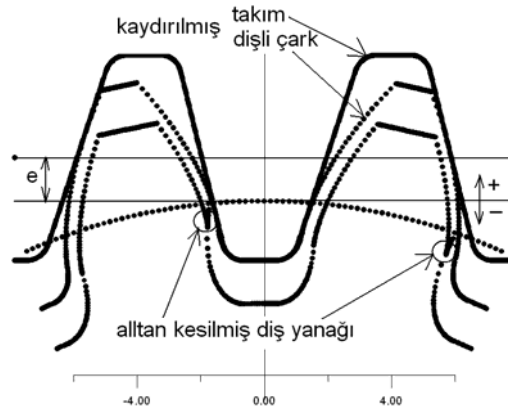


Şekil 6. Asimetrik takımla imalat ve takım ucu yörüngeleri



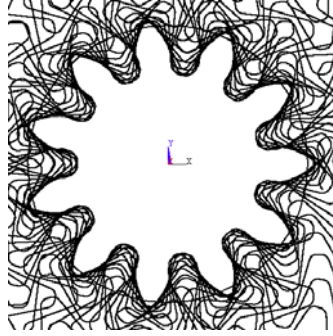
Şekil 7. Sivri uçlu asimetrik takımla imalat ve takım ucu yörüngesi

Dişli çarklarda dişdibi kesitini zayıflatarak yük taşıma kabiliyetini düşüren alttan kesme küçük diş sayılarında, küçük kavrama açılarında ve negatif profil kaydırma durumunda meydana gelir. Asimetrik dişlilerde alttan kesme oluşmayacak minimum diş sayısı düşük kavrama açısına göre hesaplanır. Buna göre alttan kesmeyi önleyecek profil kaydırma miktarı bulunur. Şekil 8’de pozitif profil kaydırma ile alttan kesilmenin önlenmesi gösterilmiştir



Şekil 8. Profil kaydırmalı imalat

Matematik model kesici takımın istenilen diş sayısında gösterilmesini de sağlamaktadır. Parametrelerin uygun belirlenmesiyle takım ve buna bağlı olarak dişli diş merkez doğrusu veya diş boşluğu merkez doğrusuna konumlanacak şekilde gösterilebilir. Şekil 9'da tamamlanmış imalat simülasyonu gösterilmiştir.



Şekil 9. Diş boşluğunun aşamalı şekillendirilmesi

## 6. SONUÇLAR

Vektör yaklaşımı ile matematik modelleme dişli çarkların geometrisini tanımlamada yüksek hassasiyet sağlamaktadır. Ayrıca vektörel ifade çeşitli modifikasyonların modele uygulanmasına da imkan sağlamaktadır. Çalışmada verilen denklemler, son yıllarda yüksek performans gerektiren uçak-uzay ve otomotiv uygulamalarında tercih edilen asimetrik evolvent dişli çarkları modellemektedir. Bununla birlikte çeşitli profil modifikasyonları (bombeli diş yanağı gibi) yuvarlanma simülasyonuna uygun olarak adapte edilebilir. Verilen matematik model hem dişli çark profilini göstermekte hemde kesici takımın diş boşluğunu aşamalı şekillendirmesini de incelemeye imkan tanımaktadır. Yük taşıma kabiliyetini tayin eden önemli bir husus olan diş kökünü şekillendiren trokoidal eğrilerde çalışmada verilen matematik modele göre incelenmiştir. Çeşitli dizayn parametrelerinin diş geometrisine etkileri imalat simülasyonu görselleştirilerek grafikler ile verilmiştir. Küçük kavrama açılarında asimetrik dişli çarklarda meydana gelen alttan kesme ve kaydırılmış takımla alttan kesmenin önlenmesi gösterilmiştir. Dişli imalatının bilgisayar



simülasyonu, imalattan önce kesici takım dizayn parametrelerinin nihai diş geometrisi üzerindeki etkilerini kolaylıkla incelenmesini sağlamaktadır.

#### KAYNAKLAR

- [1] Kawalec, A., Wiktor, J. ve Ceglarek, D., "Comparative Analysis of Tooth-Root Strength Using ISO and AGMA Standards in Spur and Helical Gears With FEM-based Verification", *Journal of Mechanical Design*, Cilt 128, 1141-1158, 2006.
- [2] Vimercati, M., "Mathematical Model for Tooth Surfaces Representation of Face-Hobbed Hypoid Gears and Its Application to Contact Analysis and Stress Calculation", *Mechanism and Machine Theory*, Cilt 42, No 6, 668-690, 2007.
- [3] Buckingham, E., *Analytical Mechanics of Gears*, McGraw-Hill, New York, A.B.D., 1949.
- [4] Salamoun, C. ve Suchy, M., "Computation of Helical or Spur Gear Fillets," *Mechanism and Machine Theory*, Cilt 8, No 3, 305-323, 1973.
- [5] Hefeng, B., Savage, M. ve Knorr, R.J., "Computer Modeling of Rack-Generated Spur Gears", *Mechanism and Machine Theory*, Cilt 20, 351-360, 1985.
- [6] Arıkan, M.A.S., "Determination of Maximum Possible Contact Ratios for Spur Gear Drives with Small Number of Teeth", *ASME Design Engineering Technical Conferences*, Cilt 82, 569-576, 1995.
- [7] Litvin, F.L. ve Fuentes, A., *Gear Geometry and Applied Theory*, Cambridge University Press, Cambridge, 2004.
- [8] Tsay, C.-B., "Helical Gears with Involute Shaped teeth: Geometry, Computer Simulation, Tooth Contact Analysis, and Stress Analysis", *ASME Journal of Mechanical Design*, Cilt 110, 482-491, 1988.
- [9] Yang, S.-C., "Mathematical Model of a Helical Gear with Asymmetric Involute Teeth and its Analysis", *Int J Adv Manuf Techno*, Cilt 26, No 5-6, 448-456, 2005.
- [10] Tseng, J.-T. ve Tsay, C.-B., "Mathematical Model and Surface Deviation of Cylindrical Gears with Curvilinear Shaped Teeth Cut by a Hob Cutter", *Journal of Mechanical Design*, Cilt 127, No 5, 982-987, 2005.
- [11] Chen, C.-F. ve Tsay, C.-B., "Tooth Profile Design for the Manufacture of Helical Gear Sets with Small Numbers of Teeth", *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, Cilt 45, No 12-13, 1531-1541, 2005.
- [12] Litvin, F.L., Lian, Q. ve Kapelevich, A.L., "Asymmetric Modified Gear Drives: Reduction of Noise, Localization of Contact, Simulation of Meshing and Stress Analysis", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Cilt 188, 363-390, 2000.
- [13] Kapelevich, A.L., "Geometry and Design of Involute Spur Gears with Asymmetric Teeth", *Mechanism and Machine Theory*, Cilt 35, 117-130, 2000.
- [14] Su, X. ve Houser, D.R., "Characteristic of Trochoids and Their Application to Determining Gear Teeth Fillet Shapes", *Mechanism and Machine Theory*, Cilt 35, 291-304, 2000.
- [15] ISO53 (1974) *Cylindrical Gears For General and Heavy Engineering-Basic Rack*, International Organization for Standardization, Switzerland.
- [16] Fetvacı, C. ve İmrak, C.E., "Düz Dişlilerde Kavrama Çevriminde Gerilmelerin Değişiminin Sonlu Eleman Metodu İle İncelenmesi", *Mühendis ve Makina*, Cilt 46, No 545, 19-25, 2005.